§3. Плоские зеркала

При построении изображения некоторой точки S в плоском зеркале необходимо использовать, по крайней мере, два луча, отра-жающихся от плоскости, совпадающей с плоскостью зеркала.

Методика построения понятна из рис.3.1. С практической точки зрения один из лучей целесообразно пустить вдоль нормали к зеркалу (на рисунке это луч 1). *Принято называть изображение предмета, полученное в результате пересечения отражённых лучей, действительным, а изображение, полученное при пересечении продолжений этих лучей за зеркало, — мнимым.* Таким образом, S_1 – мнимое изображение источника – S.

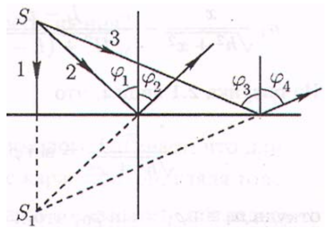

Рис. 3.1

Задача 3.1. Лампочка настольной лампы находится на расстоянии $L_1 = 0{,}6$ м от поверхности стола и $L_2 = 1{,}8$ м от потолка. Нить накала лампочки можно считать точечным источником света. На столе лежит осколок плоского зеркала в форме треугольника со сторонами 5 см, 6 см и 7 см.

1. На каком расстоянии x от потолка находится изображение нити накала лампочки?
2. Найти форму и размеры «зайчика», полученного от осколка зеркала на потолке (МФТИ, 1996).

Решение. Выполним рисунок, поясняющий смысл задачи (рис. 3.2). Обратите внимание на два обстоятельства:

1. Зеркало находится на столе на некотором *произвольном* расстоянии от лампы;

2. Изображение источника S можно построить с помощью любых лучей, «отра-женных» от плоскости, совпадающей с плос-костью зеркала (например, лучей $3'$ и $4'$).

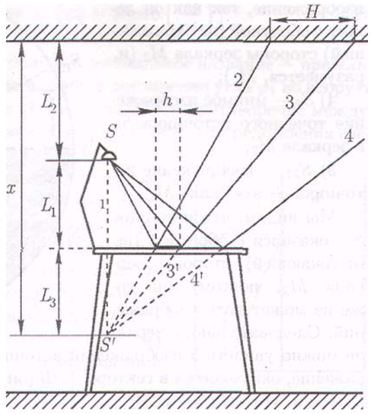

Рис. 3.2

Несложно показать, что $L_3 = L_1$. Следовательно, расстояние

$$x = 2L_1 + L_2 \Rightarrow x = 2\cdot 0{,}6\,\text{м} + 1{,}8\,\text{м} = 3\,\text{м}.$$

Для определения формы и размера «зайчика» удобно рассмотреть лучи, «исходящие» от мнимого изображения S_1. Поскольку плоскость зеркала и потолка параллельны, форма «зайчика» будет подобна зеркалу. Найдем коэффициент подобия. Если длина стороны зеркала h, а соответствующая ей длина стороны «зайчика» равна H, то можно записать пропорцию:

$$\frac{h}{H} = \frac{L_3}{x} = \frac{0{,}6\,\text{м}}{3\,\text{м}} = \frac{1}{5} \Rightarrow H = 5h.$$

Таким образом, длины сторон «зайчика» равны 25 см, 30 см и 35 см, соответственно.

Задача 3.2. В архиве Снеллиуса нашли чертеж (рис.3.3), на котором были изображены: точечный источник света S_0 и два зеркала M_1 и M_2, образующие угол $\alpha = 70°$. От времени чернила выцвели, и невозможно было разглядеть, сколько изображений источника S_0 давала такая система зеркал. Сколько изображений источника S_0 можно было увидеть в такой системе? Восстановите эти изображения. (Задача предлагалась на Всероссийской физической олимпиаде школьников в 1999 г.)

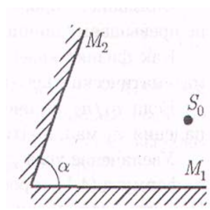

Рис. 3.3

Решение. В плоском зеркале изображение источника света расположено симметрично этому источнику относительно плоскости зеркала. Если получившееся изображение окажется с отражающей стороны другого зеркала – оно даст еще одно изображение и т.д. В нашем случае все изображения лежат на окружности, проведенной из точки O через S_0 (рис. 3.4).

1) S_1 – изображение точечного источника S_0 в зеркале M_1;

2) S_{12} – изображение мнимого источника S_1 в зеркале M_2;

3) S_{121} – изображение источника S_{12} в зеркале M_1.

Источник S_{121} не может дать изображение, т.к. он лежит с обратной (не отражающей) стороны зеркала M_2 (и, разумеется, M_1).

4) S_2 – мнимое изображение точечного источника S_0 в зеркале M_2;

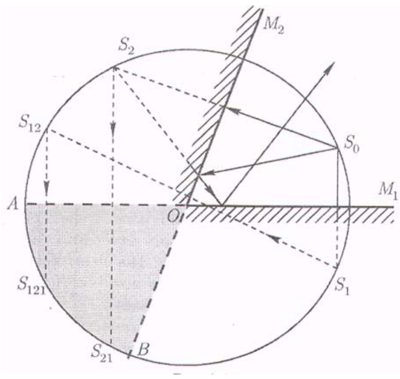

Рис. 3.4

5) S_{21} – изображение источника S_2 в зеркале M_1.

Мы видим, что источник S_{21} оказался с обратной (не отражающей) стороны зеркала M_2, поэтому он тоже не может дать изображений. Следовательно, в зеркале можно увидеть 5 изображений источника S_0. Вообще говоря, любое изображение, оказавшееся в секторе *AOB* (он заштрихован), не может более отразиться в зеркалах M_1 и M_2.

§ 4. Явление полного отражения света

Рассмотрим явление прохождения света через плоскую границу раздела двух сред при условии, что показатель преломления n_1 первой среды больше соответствующего показателя n_2 второй среды. Для этого запишем закон Снелла в несколько измененном виде:

$$\left(\frac{n_1}{n_2}\right)\sin\varphi_1 = \sin\varphi_2. \tag{4.1}$$

Внимание! Справа стоит функция синус, максимальное значение которой не превышает единицы. Выражение в левой части может быть больше 1.

Как физика явления преломления света согласуется с замеченным нами математическим несоответствием?

Если n_1 / n_2 не очень превышает единицу (например, равно 1,5), а угол падения φ_1 мал, почти все излучение проходит во вторую среду.

Увеличение угла φ_1 сопровождается увеличением угла φ_2, как того требует формула (4.1), и ростом доли излучения, отраженного от границы раздела. При этом, естественно, падает доля излучения, проникающего во вторую среду. Эта тенденция усиливается по мере приближения угла φ_2 к $90°$. Наконец, когда φ_2 достигает значения в $90°$, все падающее на границу раздела сред излучение отражается обратно в среду с показателем преломления n_1. Соответствующий угол падения φ_1 можно найти из условия

$$n_1 \sin\varphi_1 = n_2, \quad \text{или} \quad \boxed{\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)} \tag{4.2}$$

В научной литературе этот угол получил специальное название – *предельный угол полного отражения*. При дальнейшем увеличении угла φ_1 во вторую среду излучение проникать не будет. Этим и снимается противоречие между физической и математической стороной описанного явления преломления света.

Задача 4.1. Высокий прямоугольный сосуд разделен вертикальной перегородкой на два отсека (см. рис. 4.1). Первый отсек заполнен жидкостью с показателем преломления $n_1 = 1{,}5$, а второй — жидкостью с показателем преломления $n_2 = 1{,}2$. При каких углах падения узкого светового пучка на дно первого отсека хотя бы часть излучения сможет проникнуть во второй отсек? Все вертикальные стенки и дно являются прозрачными плоскопараллельными пластинами (МФТИ, 1997).

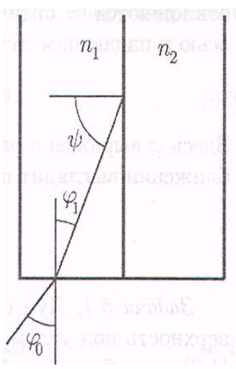

Рис. 4.1

Решение. Пусть φ_0 — искомый предельный угол. Тогда закон Снелла для первой границы раздела двух сред:

$$\sin\varphi_0 = n_1 \sin\varphi_1 \tag{4.3}$$

закон Снелла для второй границы раздела сред:

$$n_1 \sin\psi = n_2. \tag{4.4}$$

Здесь $\psi_2 = 90°$ и $\sin\psi_2 = 1$. Условие связи углов φ_1 и ψ:

$$\sin\psi_1 = \cos\varphi_1, \text{ откуда } \sin\varphi_1 = \frac{\sin\varphi_0}{n_1}, \ \cos\varphi_1 = \frac{n_2}{n_1}. \tag{4.5}$$

Воспользуемся тригонометрическим тождеством

$$\sin^2\varphi_1 + \cos^2\varphi_1 = 1 \;\Rightarrow\; \frac{\sin^2\varphi_0}{n_1^2} + \frac{n_2^2}{n_1^2} = 1 \Rightarrow \sin\varphi_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \qquad (4.6)$$

или численно $\sin\varphi_0 = 0{,}9 \;\Rightarrow\; \varphi_0 \approx 64°$. Для всех углов $\varphi_0 > 64°$ часть светового пучка сможет проникнуть во второй отсек. Формальное решение системы уравнений (4.3), (4.4), (4.5) приводит к весьма громоздкому выражению, разрешить которое можно только с помощью калькулятора:

$$\varphi_0 = \arcsin\left(n_1 \sin\left(\arccos\frac{n_2}{n_1}\right)\right).$$

Как и прежде, вычисления дают $\varphi_0 \approx 64°$.

