§3. Второй закон Ньютона

Свойство тел, которое выражается в тенденции сохранять во времени свое состояние (скорость движения, направление движения, состояние покоя и т.п.) называют *инертностью.* В механике инертность тела принято характеризовать его *массой* или, как говорят, *инертной массой.* Масса тела в системе СИ измеряется в *килограммах (кг).*

Второй закон Ньютона утверждает, что в инерциальной системе отсчёта *ускорение* $\vec{a}$ *тела прямо пропорционально равнодействующей* $\vec{F}$ *всех приложенных к телу сил и обратно пропорционально массе тела:*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

В более удобной записи второй закон Ньютона принимает вид:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad (1)$$

Видим, что векторы $\vec{F}$ и $\vec{a}$ коллинеарные (см. задание №1 по физике) и, так как масса m тела – величина положительная, направления этих векторов одинаковы. В свою очередь направления скорости тела и перемещения тела могут не совпадать с направлением $\vec{F}$.

Дадим также иную формулировку второго закона Ньютона, для чего введем новую физическую величину – *импульс тела.*

Импульсом $\vec{p}$ *тела называют произведение массы тела на его скорость:* $\vec{p} = m\vec{v}$. Импульс является векторной величиной и зависит одновременно как от состояния движения тела (скорости), так и от его инертных свойств (массы).

Пусть в некоторый начальный момент времени t_1 импульс тела имел значение $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$, а в последующий момент времени t_2 приобрел новое значение $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$ (при этом масса тела с течением времени не изменилась). Тогда можно сказать, что за интервал времени $\Delta t = t_2 - t_1$ импульс изменился на величину $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$.

Если интервал времени Δt устремить к нулю $(\Delta t \to 0)$, то приращение импульса тела также устремится к нулю, но отношение $\Delta\vec{p}/\Delta t$ будет стремиться к некоторой конечной величине. Действительно,

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Из кинематики известно, что при $\Delta t \to 0$ отношение $\Delta\vec{v}/\Delta t$ равно ускорению $\vec{a}$ тела, значит $\Delta\vec{p}/\Delta t = m\vec{a}$. Но в соответствии с (1) $m\vec{a} = \vec{F}$, следовательно $\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$ при $\Delta t \to 0$.

Полученное уравнение можно переписать иначе:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t. \qquad (2)$$

Произведение силы на время ее действия называют *импульсом силы.* (На очень маленьком интервале времени силу можно считать неизменной.) Таким образом, в соответствии с (2), *приращение импульса тела равно импульсу равнодействующей* $\vec{F}$ *всех сил, действующих на тело.* В этом и заключается другая формулировка второго закона Ньютона. Если масса тела не изменяется, то обе формулировки второго закона Ньютона эквивалентны.

Если равнодействующая сила $\vec{F}$ постоянна, то из уравнения (2) можно непосредственно найти приращение импульса тела за любой (не обязательно малый) промежуток времени τ :

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}\tau. \qquad (3)$$

Выражение (3) легко получить, если записать ряд уравнений (2) для следующих друг за другом интервалов времени $\Delta t_1, \Delta t_2, \ldots,$ а потом все эти уравнения сложить $(\tau = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \ldots)$.

В этом случае график зависимости модуля F равнодействующей силы от времени имеет вид прямой, параллельной оси абсцисс (рис. 1а), а импульс си-

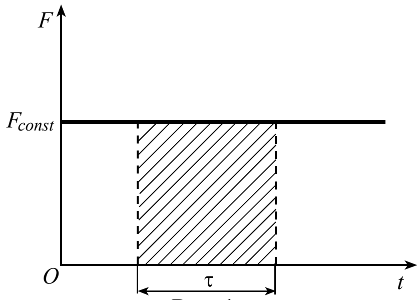

Рис. 1а

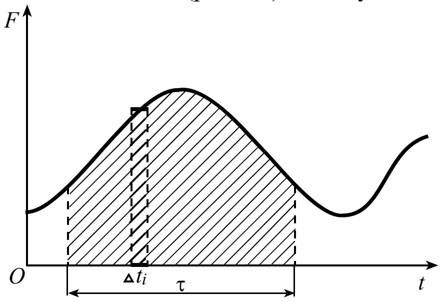

Рис.1б

лы за произвольный промежуток времени τ численно равен площади прямоугольника, заштрихованного на рисунке. Этой же площади численно равно и изменение импульса тела.

Если же равнодействующая сила изменяется по модулю с течением времени, то график зависимости $F(t)$ может иметь произвольную форму, соответствующую конкретному случаю. Однако и в общем случае импульс такой силы за произвольный промежуток времени τ численно равен площади под графиком $F(t)$ (рис. 1б). Чтобы вычислить эту площадь промежуток времени τ разбивают на множество сколь угодно малых интервалов $\Delta t_1, \Delta t_2, \ldots$ таких, что на каждом из них силу F можно считать постоянной. Затем в соответствии с формулой (2) вычисляют импульс силы на каждом интервале $\Delta t_i (i = 1, 2, \ldots)$ и полученные значения суммируют для всех Δt_i. Графически это выглядит как суммирование площадей вертикальных “столбиков”, подобных изображенному на рис. 1б для Δt_i.

Подсчитать такую сумму в рамках школьной программы бывает сложно. Поэтому часто (там, где это целесообразно) реальную силу F заменяют некоторой средней постоянной во времени силой $F_{ср}$ так, чтобы импульс силы $F_{ср}$ за промежуток времени τ был равен импульсу реальной переменной силы за то же время. Заметим, что указанная сила $F_{ср}$ является *средней по времени* силой. Графически это выражается в том, что площадь под графиками реальной силы $F(t)$ и средней силы $F_{ср}$ за промежуток времени τ одинаковы и равны $F_{ср} \cdot \tau$ (рис. 1в).

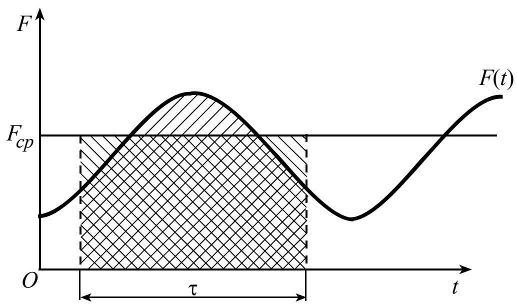

Рис. 1в

● **ПРИМЕР 1.** Футболист бьет по мячу со средней силой $F_{ср} = 500\text{Н}$. После удара мяч полетел со скоростью $v = 20$ м/с. Определить время τ удара по мячу. Масса мяча $m = 0,5\text{кг}$. Действием других сил за время удара пренебречь. Первоначально мяч покоился на поверхности земли.

РЕШЕНИЕ. При ударе на мяч со стороны ноги футболиста действует сила, которая, вообще говоря, не остается постоянной, а как-то *изменяется за время взаимодействия.* Качественная зависимость этой силы при ударе показана на рис.1г сплошной линией. Однако практически никогда конкретный аналитический вид такой зависимости неизвестен. В условии, поэтому, говорится о некоторой средней силе $F_{ср}$ удара, то есть о такой *постоянной силе,* импульс которой за время τ удара по мячу равен импульсу реальной переменной силы.

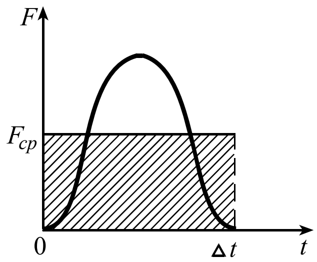

Рис. 1г

Импульс средней силы равен $F_{ср} \cdot \tau$. Поскольку первоначально мяч покоился, то его начальный импульс равен нулю. После удара мяч приобретает скорость $\vec{v}$ и, следовательно, его конечный импульс равен $m\vec{v}$. Таким образом, приращение импульса мяча равно $\Delta\vec{p} = m\vec{v}$. В соответствии с формулой (3) векторы $\Delta\vec{p}$ и $\vec{F}$ сонаправлены, поэтому в нашем случае можно записать эту формулу в скалярном виде: $mv = F_{ср}\,\tau$. (По условию, действием других сил за время τ мы пренебрегаем). Отсюда легко находим время τ удара футболиста по мячу: $\tau = \dfrac{mv}{F_{cp}} = 0,02\text{с}.$ ●