

Федеральное агентство по образованию  
Федеральная заочная физико-техническая школа  
при Московском физико-техническом институте  
(государственном университете)

*Составитель:* Слободянин В.П., доцент кафедры общей физики МФТИ

Физика: задание №4 для 8-х классов (2005-2006 учебный год).  
М.: МФТИ, 2006, 24 с.

# ФИЗИКА

## Световые явления

Задание №4 для 8-х классов  
(2005-2006 учебный год)

Составитель:

**Слободянин Валерий Павлович**

Изд. лиц. №040060 от 21.08.1996. Подписано к печати 16 марта 2006 г.  
Формат 60x90 1/16. Бумага типографская. Печать офсетная. Усл.печ. л. 1,5  
Уч.-изд. л. 1,33. Тираж 1800. Заказ №18-з.

Подготовка оригинал-макета — Чудновский А., Гусихин П.

Федеральная заочная физико-техническая школа  
Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
«ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»

141700, Московская обл., г.Долгопрудный, Институтский пер., 9,  
ФЗФТШ при МФТИ

тел.+факс (495) 408-5145 — заочное отделение  
тел.+факс (495) 485-4227 — очно-заочное отделение  
тел. 409-9583 — очное отделение

Наш сайт — [www.school.mipt.ru](http://www.school.mipt.ru)  
Электронная почта — [zftsh@pop3.mipt.ru](mailto:zftsh@pop3.mipt.ru)



г. Долгопрудный, 2006

© Московский физико-технический институт  
(государственный университет), 2006  
© ФЗФТШ при МФТИ, 2006

## Световые явления

## Введение

В тексте задания вам может встретиться материал, который при первом прочтении покажется сложным. Следует, однако, иметь в виду, что математические выкладки приведены в тексте только для того, чтобы показать, как получаются те или иные рабочие формулы. Как правило, в учебниках их дают без вывода.

Если приводимые в тексте доказательства покажутся сложными или непонятными, не огорчайтесь! Изучайте пособие дальше, а к непонятным местам вернётесь позже. Если и это не поможет — обратитесь за помощью к учителю физики.

Контрольные вопросы и задачи, предлагаемые в конце задания, не выходят за рамки изложенного в задании материала, поэтому у тех, кто всё внимательно изучит, они не вызовут затруднений.

## §1. О роли моделей в физике

Любое исследование природных явлений начинается с моделирования. Модель может быть умозрительной, а может воплотиться «в железе». Например, в астрофизике невозможно поэкспериментировать над созданием даже небольшой галактики, поэтому здесь применяется умозрительное моделирование. А вот, например, инженеры, проектирующие корабли и самолёты, обычно прибегают к моделям иного рода.

Модели нужны для более глубокого понимания существенных моментов изучаемых явлений.

Заметим, что модель более-менее удачно отражает какое-либо явление лишь с известной точностью и применима в известных границах. Для физики крайне важно понимать и «чувствовать» эти границы. Основательное изучение модели и сопоставление её с действительностью обычно приводит к усовершенствованию модели или даже полной её замене. И тут уж ничего не поделаешь. Таков путь познания истины.

Мы с вами начинаем изучать световые явления, точнее их наиболее простую часть — геометрическую оптику.

В качестве первого шага введем несколько простейших моделей, которые нам в дальнейшем здорово помогут. По мере углубления наших знаний мы будем эти модели подправлять. А пока...

**Модель №1.** Будем считать, что свет — это поток мельчайших частиц — фотонов, мчащихся в пустоте с невероятной скоростью  $3 \cdot 10^8$  метров в секунду. (В физике и математике не принято писать числа со многими нулями. Вместо них пишут множитель в виде десятки, возведённой в соответствующую степень). Скорость света столь велика, что вплоть до середины XIX века её не удавалось измерить в лабораторных условиях. Более того, многие физики

считали её бесконечно большой. До поры-до времени и мы можем придерживаться этой точки зрения.

Весь наш жизненный опыт подсказывает, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно. Логично поэтому ввести понятие светового луча, то есть прямой, проведённой вдоль траектории фотона от источника света к точке наблюдения.

**Модель №2.** Точечный источник. Все реальные источники света имеют конечные размеры. Но если по смыслу задачи размерами источника света можно пренебречь, то говорят, что источник — точечный. С последней моделью нужно обращаться аккуратно, так как «коварные» составители задач иногда так формулируют условия, что сразу непонятно, какой источник рассматривается в задаче — точечный или протяжённый. Вот два примера.

**Задача 1.1.** Поздним весенним вечером молодой человек, рост которого равен  $h$ , идет по краю тротуара со скоростью  $v$ . На расстоянии  $l$  от края тротуара стоит столб высотой  $H$ , на самом вершине которого горит фонарь (рис. 1.1). Как изменится скорость тени головы человека по мере его движения вдоль тротуара?

**Решение.** Судя по условию задачи, фонарь можно считать точечным источником. Построим ход лучей, выходящих из фонаря и проходящих над головой молодого человека, для двух его положений (рис. 1.2). Пусть  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  — положение головы,  $H_1$  и  $H_2$  — положение ног в рассматриваемые моменты времени, а  $T_1$  и  $T_2$  — положение тени головы. Прямые  $\Gamma_1\Gamma_2$  и  $H_1H_2$  параллельны, следовательно, они параллельны прямой  $T_1T_2$ . Отсюда следует, что тень головы человека движется по прямой линии, параллельно краю тротуара. Треугольники  $\Phi\Gamma_1\Gamma_2$  и  $\Phi T_1 T_2$  подобны. Подобны и треугольники  $OH_1H_2$  и  $OT_1 T_2$ . Расстояние  $L$  от фонарного столба до линии  $T_1T_2$  найдём из пропорции  $L/H = (L - l)/h$ , откуда путём несложных преобразований получаем

$$\frac{L}{l} = \frac{H}{H - h}.$$

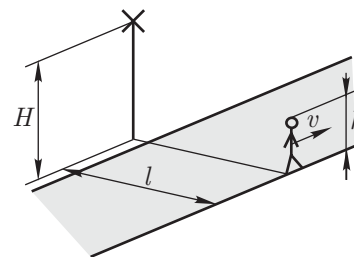


Рис. 1.1

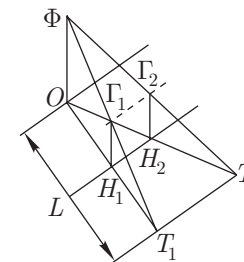


Рис. 1.2

Теперь рассмотрим подобные треугольники  $T_1OT_2$  и  $H_1OH_2$ . Пусть за единицу времени человек прошёл путь от  $H_1$  до  $H_2$ . За это же время тень головы пройдёт путь  $T_1T_2$ . Значит отношение скорости  $v_T$  тени к скорости  $v$  человека равно отношению  $L$  к  $l$ , то есть  $v_T/v = L/l$ . Откуда следует, что скорость  $v_T$  постоянна и равна

$$v_T = v \frac{H}{H - h}.$$

**Задача 1.2.** Мачта высотой  $H = 13$  м и диаметром  $D = 13$  см отбрасывает на землю тень. Высота солнца над горизонтом  $\varphi = 13^\circ$ . Чему равна длина  $L$  тени шеста?

**Решение.** Формально решение таково (рис. 1.3):

$$L = \frac{H}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{13}{\operatorname{tg} 13^\circ} \approx 56 \text{ м.}$$

Но в таком решении никак не используется толщина мачты. К чему бы это?

Дело в том, что приведённый способ решения был бы верен в случае точечного источника света. Угловой размер Солнца хоть и мал (приблизительно  $0,5^\circ$ ), может изменить результаты вычислений. На плане (рис. 1.4) показано, что полная тень наблюдается там, где видимые угловые размеры диаметра мачты превосходят угловой размер Солнца. Расстояние от вершины мачты до конца тени

$$l \approx \frac{D}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{0,13}{\operatorname{tg} 0,5^\circ} \approx 15 \text{ м.}$$

Поскольку  $L$  — проекция наклонной линии  $l$ ,

$$L = l \cos \varphi \approx 15 \text{ м} \cdot \cos 13^\circ \approx 14,5 \text{ м.}$$

Это почти в четыре раза меньше формального ответа!

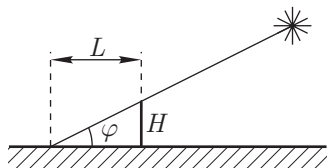


Рис. 1.3

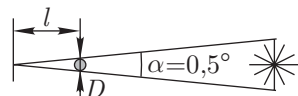


Рис. 1.4

## §2. Камера-обскура

Выполните дома следующий эксперимент: в середине листа плотной бумаги (подойдёт обложка от исписанной ученической тетради) сделайте квадратное отверстие со стороной 2 — 3 мм. Назовём это приспособление «маской». Прикрепите к стене экран (лист белой бумаги) и направьте на него свет от настольной лампы. Лампочка должна быть прозрачная, а не матовая! Маску поместите между лампой и экраном на расстоянии 20 — 30 см от экрана. Эксперимент желательнее проводить в вечернее время, когда в комнате полумрак. На экране появится светлое пятно от отверстия в маске. Попробуйте до опыта, не читая текст следующего абзаца, предсказать форму этого пятна. Затем сделайте эксперимент. Совпала ли увиденная картинка с вашим предсказанием? Попробуйте самостоятельно объяснить форму светлого пятна, полученного сквозь отверстие в маске.

Скорее всего, вы увидите на экране ломаную линию в виде буквы М. Это изображение нити накала лампочки. Ведь источник света — не точечный. От точечного источника изображение отверстия в маске имело бы квадратную форму. В нашем случае светлая полоска есть совокупность изображений маленьких квадратиков, даваемых каждой точкой спирали. Если же приблизить маску к экрану на расстояние в несколько сантиметров, то изогнутая линия превратится в квадрат, подобный отверстию в маске!

Если у вас есть фотоаппарат со съёмным объективом, вы можете сделать ещё один интересный опыт. Выверните объектив и на его место вставьте удлинительное кольцо, переднюю поверхность, которого предварительно следует заклеить плотной черной бумагой с маленьким отверстием в центре. Отверстие можно проколоть обычной иглой. Получившийся прибор называется камерой-обскурой. С её помощью можно делать вполне приличные фотографии. Важно только, чтобы фотографируемый объект был хорошо освещён Солнцем. Подойдет любая фотоплёнка. В солнечный день можно заснять вид улицы, дом, дерево и т. д. Правда выдержка должна составлять несколько секунд и съёмку следует делать, надёжно закрепив фотоаппарат. Между прочим, именно так и делались первые фотографии.

Сейчас фотоаппараты благодаря хорошим объективам почти отовсюду вытеснили камеру-обскуру. Но есть задачи, для решения которых фотоаппарат не годится. Например, при съёмке в рентгеновских лучах. Кроме того, у снимков, выполненных камерой-обскурой нет ряда искажений, характерных для фотоаппаратов с линзами.

Обратите внимание на то, что камера-обскура даёт перевёрнутое изображение.

**Задача 2.1.** Экспериментально определите среднее расстояние между витками нити накала лампочки, не разбивая ее.

*Оборудование.* Настольная лампа (лампочка не должна быть матовой), фольга (например, от большой шоколадки), игла, лист белой бумаги, рулетка или измерительная лента (в крайнем случае, подойдёт линейка).

*Решение.* Прорежем иглой отверстие в центре фольги. Прикрепим к стене лист белой бумаги. Это будет экран. Лампу следует установить на расстоянии около двух метров от экрана. Поместим между лампой и экраном фольгу так, чтобы изображение нити накала было видно на экране. Фольгу следует располагать ближе к лампе. Тогда изображение спирали (рис. 2.1) будет увеличенным в  $b/a$  раз. Чем большее увеличение мы хотим получить, тем больше должно быть отношение  $b/a$ .

Пусть шаг спирали равен  $H$ , тогда  $H/h = a/b$  и, следовательно,

$$H = h \frac{a}{b}.$$

Для более точного определения шага  $h$  изображения спирали следует измерить расстояние  $l$  между несколькими  $k$  витками. В этом случае  $h = l/k$ .

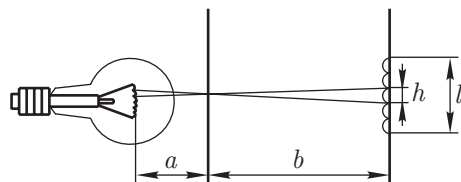


Рис. 2.1

### §3. Законы отражения света

Возьмем какое-нибудь вещество с идеально гладкой поверхностью (идеально гладкая поверхность — тоже модель) и направим на эту поверхность световой луч (рис. 3.1) ( $\vec{S}_1$  — вектор, направленный вдоль падающего луча). В точке  $O$ , где луч упирается в плоскость, построим к плоскости внешнюю нормаль  $\vec{N}$  (то есть перпендикуляр) и, наконец, через луч  $\vec{S}_1$  и нормаль  $\vec{N}$  проведём плоскость  $P$ . Эта плоскость называется плоскостью падения. Из какого бы вещества ни состояла выбранная нами поверхность, некоторая часть падающего излучения отразится. В каком направлении пойдёт отражённый луч  $\vec{S}_2$ ?

Было бы странно, если бы он отклонился от плоскости падения, например, вправо или влево: ведь свойства пространства с обеих сторон от этой плоскости одинаковы. К счастью, такого и не происходит. Падающий луч  $\vec{S}_1$ , нормаль  $\vec{N}$  и отражённый луч  $\vec{S}_2$  всегда лежат в одной плоскости. Это один из основных законов геометрической оптики.

Острый угол, лежащий между лучом  $\vec{S}_1$  и нормалью  $\vec{N}$ , называется углом падения. Обозначим этот угол символом  $\varphi_1$ . Острый угол, образованный отражённым лучом  $\vec{S}_2$  и нормалью

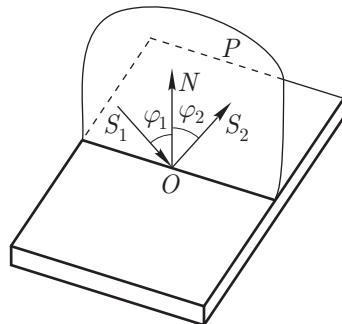


Рис. 3.1

(обозначим его  $\varphi_2$ ), называется углом отражения. Многочисленные наблюдения и измерения позволяют нам сформулировать ещё один закон геометрической оптики: угол падения равен по абсолютной величине углу отражения, то есть

$$|\varphi_1| = |\varphi_2|.$$

Коснёмся кратко ещё одного вопроса. Гладкая поверхность, которая отражает почти всё падающее на неё излучение, называется зеркальной. Напрашивается вопрос: почему «почти всё», а не «всё»? Ответ прост: идеальных зеркал в природе не бывает. Например, зеркала, с которыми вы встречаетесь в быту, отражают до 90% падающего света, а оставшиеся 10% поглощают. В современных лазерах применяются зеркала, отражающие примерно 99% излучения (правда, в довольно узкой области спектра). Но для изготовления таких зеркал была разработана целая научная теория и организовано специальное производство. Чистая прозрачная вода тоже отражает часть падающего на её поверхность излучения. При падении света вдоль нормали к поверхности отражается чуть меньше 2% энергии падающего излучения. С увеличением угла падения доля отражённого излучения возрастает.

*Задача 3.1.* Для измерения малых углов поворота часто используется следующий приём. К поверхности поворачивающегося предмета прикрепляют лёгкое маленькое зеркальце, на которое направляют узкий пучок света. Если теперь на большом расстоянии  $L$  от зеркальца установить экран, на который попадает отражённый луч, то по смещению «зайчика» легко найти угол поворота предмета. Определите величину  $\alpha$  этого угла, если  $L = 2,5$  м, а смещение  $l$  «зайчика» на экране равно 5 см.

*Решение.* Рассмотрим схему эксперимента (рис. 3.2). Первоначально было выполнено условие  $\varphi_1 = \varphi_3$ . Следовательно, величина угла между падающим и отраженным лучом  $\beta = \varphi_1 + \varphi_3 = 2\varphi_1$ . Предположим, что зеркало повернулось на угол  $\alpha$ . В этом случае угол падения станет равным  $\varphi'_1$ , а угол между лучами  $\vec{S}_1$  и  $\vec{S}_2$ , соответственно

$$\beta' = \varphi'_1 + \varphi'_3 = 2\varphi'_1 = 2(\varphi_1 + \alpha) = 2\varphi_1 + 2\alpha = \beta + 2\alpha.$$

Отсюда находим угол, на который повернётся отражённый луч:

$$\Delta\varphi = \beta' - \beta = (\beta + 2\alpha) - \beta = 2\alpha.$$

Поскольку  $\Delta\varphi \approx l/L$ , после подстановки исходных данных получим

$$\alpha = \frac{1}{2}\Delta\varphi = \frac{1}{2} \frac{5}{250} = \frac{1}{100},$$

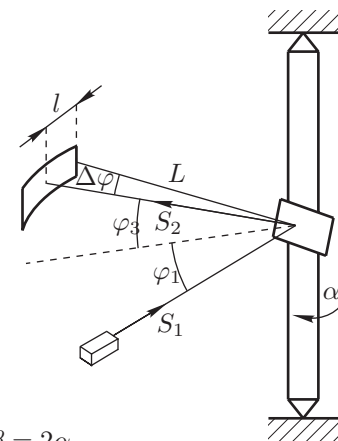


Рис. 3.2

или в градусах (напомним, что 1 радиан примерно равен  $57^\circ$ )  $\alpha \approx 0,57^\circ$ . Заметьте, что результат не зависит от того, в какую сторону поворачивается предмет с зеркальцем. Типичная ошибка, допускаемая при решении подобных задач, заключается в том, что считают  $\Delta\varphi = \alpha$  и, таким образом, завышают величину измеряемого угла в два раза.

§4. Плоские зеркала

При построении изображения некоторой точки  $S$  в плоском зеркале необходимо использовать, по крайней мере, два произвольных луча.

Методика построения понятна из рисунка 4.1. С практической точки зрения один из лучей (на рисунке это луч 1) целесообразно пустить вдоль нормали к зеркалу.

Принято называть изображение предмета, полученное в результате пересечения отраженных лучей, действительным, а изображение, полученное при пересечении продолжений этих лучей за зеркало, — мнимым. Таким образом,  $S_1$  — мнимое изображение источника  $S$ .

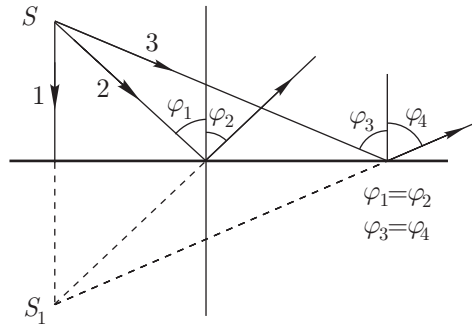


Рис. 4.1

**Задача 4.1.** Лампочка настольной лампы находится на расстоянии  $L_1 = 0,6$  м от поверхности стола и  $L_2 = 1,8$  м от потолка. Нить накала лампочки можно считать точечным источником света. На столе лежит осколок плоского зеркала в форме треугольника со сторонами 5 см, 6 см и 7 см.

1. На каком расстоянии  $x$  от потолка находится изображение нити накала лампочки, даваемое зеркалом?
2. Найти форму и размеры «зайчика», полученного от осколка зеркала на потолке. (МФТИ, 1996)

**Решение.** Выполним рисунок, поясняющий смысл задачи (рис. 4.2). Обратите внимание на два обстоятельства:

- а) зеркало находится на столе на некотором произвольном расстоянии от лампы;
- б) изображение можно построить с помощью любых лучей, «отражённых» от плоскости, совпадающей с плоскостью зеркала (например, лучей 3' и 4'). Легко показать, что  $SC = CS_1$ , то есть  $L_3 = L_1$ . Следовательно, расстояние

$$x = 2L_1 + L_2, \quad \text{откуда}$$

$$x = 2 \cdot 0,6 \text{ м} + 1,8 \text{ м} = 3 \text{ м}.$$

Для определения формы и размера «зайчика» удобно рассмотреть лучи, «исходящие» от мнимого изображения  $S_1$ . Поскольку плоскость зеркала и потолка параллельны, форма «зайчика» будет подобна зеркалу. Найдём коэффициент подобия.

Если длина стороны зеркала  $h$ , а соответствующая ей длина стороны «зайчика» равна  $H$ , то можно записать пропорцию:

$$\frac{h}{H} = \frac{L_3}{x} = \frac{0,6 \text{ м}}{3 \text{ м}} = \frac{1}{5}, \quad \text{откуда} \quad H = 5h.$$

Таким образом, длины стороны «зайчика» равны 25 см, 30 см и 35 см соответственно.

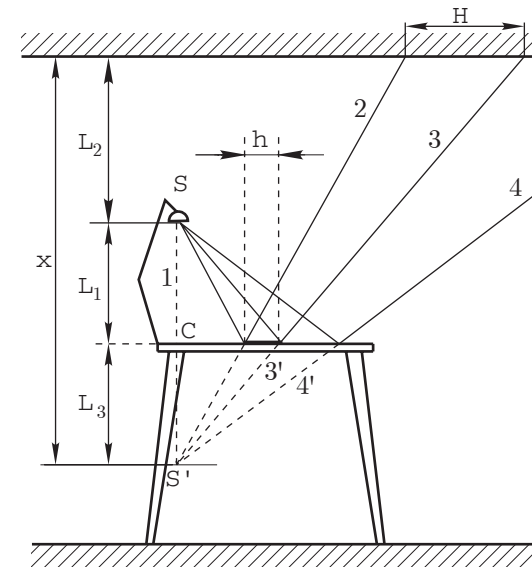


Рис. 4.2

§5. Система двух зеркал

Совершенно иная картина получается при отражении точечного источника  $S$  в системе двух зеркал  $M_1$  и  $M_2$  ( $M$  — от английского mirror — зеркало).

Рассмотрим характерный пример. Пусть два плоских зеркала образуют двугранный угол величиной  $60^\circ$ , а между зеркалами находится точечный источник света  $S$ . В этом случае кроме двух мнимых изображений  $S_1$  и  $S_2$  источника  $S$  в зеркалах  $M_1$  и  $M_2$  можно будет увидеть изображения этих изображений (рис. 5.1).

В самом деле: изображение  $S_1$  можно принять за новый точечный источник, который, отразившись в зеркале  $M_2$ , даст новое мнимое изображение  $S_{12}$ . Аналогичным образом изображение  $S_2$  получается в результате отражения второго мнимого точечного источника  $S_2$  в зеркале  $M_1$ . Наконец, источник  $S_{12}$ , отразившись в зеркале  $M_1$ , даст изображение  $S_{12,1}$ . С ним совпадает изображение  $S_{21,2}$ , получившееся в результате отражения источника  $S_{21}$  в зеркале  $M_2$ .

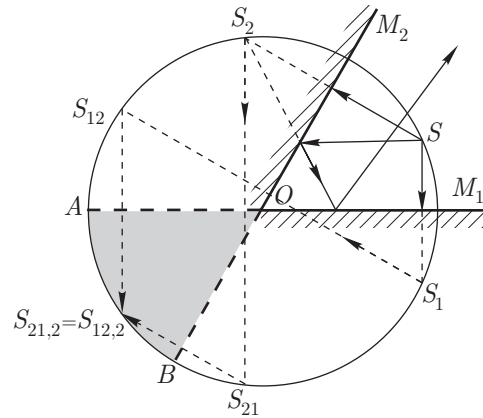


Рис. 5.1

Обратите внимание на то, что все изображения лежат на окружности радиуса  $R$ , равного длине отрезка  $SO$ . Таким образом, наблюдатель может увидеть в нашей системе зеркал 6 источников: настоящий источник  $S$  и пять его мнимых изображений:  $S_1, S_2, S_{12}, S_{21}, S_{21,2}$ , совпадающий с  $S_{12,1}$ .

**Внимание!** Изображение  $S_{21,2}$  ( $S_{12,1}$ ) не может отразиться ни в зеркале  $M_1$ , ни в зеркале  $M_2$ , так как находится с их тыльной (не отражающей) стороны. На рисунке эта сторона зеркал показана штриховкой.

По сути дела мы с вами рассмотрели устройство известной детской игрушки — калейдоскопа. Изобрёл калейдоскоп в 1817 году известный шотландский физик Дэвид Брюстер. Калейдоскоп состоит из двух плоских прямоугольных зеркал, расположенных под углом  $60^\circ$  и помещенных в цилиндрическую трубку.

Разноцветные стёклышки в дальнем конце трубки просвечиваются через матовое стекло.



Рис. 5.2

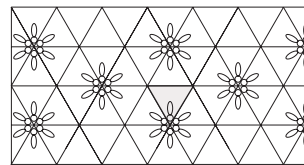


Рис. 5.3

При вращении калейдоскопа стеклышки меняют свое расположение, и их рисунок отражается в двух зеркалах, образуя симметричный орнамент (рис. 5.2). Если в калейдоскоп вставить третье зеркало так, что зеркала образуют треугольную призму, то в калейдоскопе получится целое поле симметричных узоров (рис. 5.3).

§6. Катафот

Если два прямоугольных плоских зеркала, образующих прямой угол, поставить на третье зеркало, мы получим оптическую систему, состоящую из трёх взаимно перпендикулярных зеркал, известную, как «угловой отражатель» или «катафот». Катафот обладает двумя очень интересными свойствами:

- 1) одно из видимых в нем изображений находится в вершине угла, образованного всеми тремя зеркалами. Никакой поворот системы зеркал вокруг этой вершины не влияет на положение этого изображения;
- 2) луч света, попавший в вершину углового отражателя, обращается строго назад, откуда он пришел, каким бы ни было это направление. Это замечательное свойство используется при изготовлении отражателей для дорожных указателей, велосипедов и автомашин.

Такой отражатель в свое время с помощью ракеты доставили на Луну и затем по отражению лазерного луча, посланного к Луне с Земли, измерили с высокой точностью расстояние до нашего естественного космического спутника.

§7. Приближение параксиальной оптики

Поскольку физика по своей сути наука экспериментальная, в ней почти всегда получаются приближённые результаты. Тому много причин: неточность измерительной аппаратуры, приближённый характер используемых законов, неточность вычислительных приборов и т. д. Учитывая всё это, физики иногда уже сами исходные формулы сознательно записывают в приближённом виде. Это здорово облегчает им жизнь, упрощает вычисления и экономит время. Давайте рассмотрим одно из таких полезных упрощений. Называется оно *приближение параксиальной оптики*, а суть его заключается в том, что рассматриваются только те лучи, которые на своём пути незначительно отклоняются от оптической оси системы <sup>1</sup>. Тогда угол между оптической осью и падающим лучом света настолько мал, что можно считать

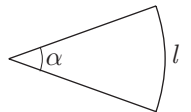


Рис. 7.1

$$\cos \varphi \approx 1, \quad \text{а} \quad \text{tg } \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi.$$

<sup>1</sup> Оптическая ось системы — это общая ось всех входящих в систему линз и зеркал. Оптическая ось линзы — это прямая, проходящая через центры кривизны преломляющих поверхностей.

*Примечание.* Рассмотрим центральный угол  $\alpha$  (рис. 7.1). Отношение длины  $l$  дуги окружности центрального угла к радиусу этой окружности называется радианной мерой угла.

Радианная мера угла получается из градусной меры умножением на  $\pi/180^\circ$ . В частности, радианная мера угла в  $180^\circ$  равна  $\pi$ , а радианная мера прямого угла равна  $\pi/2$ .

*Пример.* В треугольнике  $ABC$  (рис. 7.2) приближенно можно считать, что величина угла  $\alpha$ , выраженная в радианах, равна отношению  $BC/AC$ .

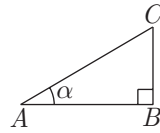


Рис. 7.2

### §8. Сферические зеркала

Трудно встретить человека, который бы не видел сферических зеркал. В самом деле, кто из нас не любовался сверкающими разноцветными шарами на новогодней ёлке, кто не потешался над своим изображением, искажённым сферической поверхностью.

Наверное, вы обращали внимание на то, что чем дальше предмет от зеркала, тем правильнее его пропорции. Законами построения таких «правильных» изображений мы и займёмся (рис. 8.1).

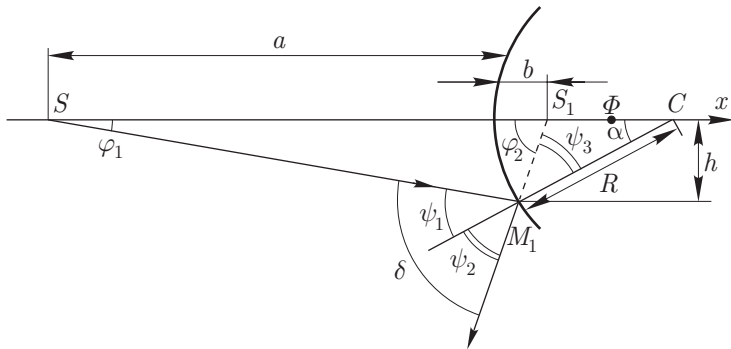


Рис. 8.1

Проведём через центр  $C$  сферы оптическую ось  $x$ . Разместим на ней точечный источник света  $S$ . Пусть  $SM_1$  — произвольный луч от источника до зеркала,  $\psi_1$  — угол падения,  $\psi_2$  — угол отражения. Если продолжить отражённый луч за зеркало (внутри шара), то на его пересечении с осью  $X$  (одновременно это и второй луч) будет лежать изображение  $S_1$  источника  $S$ . Попытаемся найти аналитическую связь между углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Для треугольника  $SM_1S_1$  угол  $\delta$  — внешний, а по теореме о внешнем угле треугольника

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (8.1)$$

Для треугольника  $M_1S_1C$  угол  $\varphi_2$  — внешний. По теореме о внешнем угле треугольника

$$\varphi_2 = \alpha + \psi_3. \quad (8.2)$$

Поскольку  $\psi_1 = \psi_2$  (по закону отражения), то  $\delta = 2\psi_2$ . Углы  $\psi_2$  и  $\psi_3$  равны как вертикальные, следовательно

$$\delta = 2\psi_3. \quad (8.3)$$

Подстановка (8.3) в (8.2) даёт:

$$\varphi_2 = \alpha + \frac{\delta}{2}, \quad \delta = 2(\varphi_2 - \alpha).$$

Подставим последнее выражение в (8.1):

$$2(\varphi_2 - \alpha) = \varphi_1 + \varphi_2, \quad \varphi_2 - \varphi_1 = 2\alpha. \quad (8.4)$$

**Внимание!** Если зафиксировать точку  $M_1$  на зеркале, то угол  $\alpha$  тоже окажется фиксированным. Если теперь смещать источник  $S$  вдоль оси  $x$ , то углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  будут изменяться, но их разность окажется неизменной. В пределе, при удалении  $S$  влево на бесконечно большое расстояние угол  $\varphi_1$  обратится в ноль, а  $\varphi_2 = 2\alpha$ . Для наглядности мы сильно исказили рисунок 8.1. В приближении параксиальной оптики расстояние  $h$  от точки  $M_1$  до оси  $X$  мало, то есть  $h \ll R$ , где  $R$  — радиус сферического зеркала, следовательно, можно записать приближённые равенства

$$\varphi_1 \approx \frac{h}{a}, \quad \varphi_2 \approx \frac{h}{b}, \quad \alpha \approx \frac{h}{R}.$$

Их подстановка в (8.4) даст:

$$\frac{h}{b} - \frac{h}{a} = 2\frac{h}{R},$$

или после сокращения на  $h$

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{2}{R}.$$

В силу произвольности выбора точки  $M_1$  легко сделать вывод, что пучок параллельных лучей, распространяющихся вдоль оптической оси, соберется в точке  $\Phi$ , отстоящей от центра сферы на расстояние  $R/2$ , и называемой *фокусом* сферического зеркала. Обозначим это расстояние символом  $F$ . Итак,

$$F = \frac{R}{2},$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{F}.$$

Плоскость, перпендикулярная главной оптической оси  $X$  и отстоящая от поверхности сферического зеркала (и центра сферы) на расстояние  $R/2$ , называется *фокальной плоскостью*.

Используя приближения паракиальной оптики, мы получили удобные формулы для построения изображений точечных источников в выпуклых сферических зеркалах.

Несложно обобщить результаты на случай вогнутых сферических зеркал

$$\begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_2 &= 2\alpha, \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{F}. \end{aligned} \quad (8.5)$$

Замечательно то, что подобного рода формулы получаются и для линз.

### §9. Преломление света

Направим в аквариум, наполненный водой, узкий пучок света. Если угол падения не слишком велик, то большая часть света пройдет в воду. Рассуждая, как и в случае с отражением, можно ожидать, что прошедший в воду луч остается лежать в плоскости падения (рис. 9.1).

Назовем острый угол  $\varphi_2$ , лежащий между прошедшим лучом и нормалью  $\vec{N}$ , проведенной к поверхности воды, углом преломления. Тщательные измерения показали, что между углом падения и углом преломления нет такой простой связи, как в случае с отражением.

Люди заметили это давно, но сам закон преломления света был открыт только в 1621 году голландским ученым Ван Снеллом (латинская транскрипция — Снеллиус). Впрочем, Снелл не опубликовал свое открытие, и закон преломления был повторно открыт в 1637 году знаменитым французским естествоиспытателем — Рене Декартом. Математическая формулировка закона Снелла такова:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2. \quad (9.1)$$

Здесь  $n_1$  и  $n_2$  — постоянные коэффициенты, характеризующие оптические свойства среды и не зависящие от угла падения. Называют эти коэффициенты показателями преломления среды.

Для разных сортов стекла  $n$  изменяется в пределах от 1,4 до 1,8, но наиболее типичное значение составляет приблизительно 1,5.

Поменяем в формуле (9.1) местами левую и правую части. Новая запись будет означать, что мы рассматриваем свет, распространяющийся из второй среды в первую. При этом оказывается, что ход оптических лучей обратим!

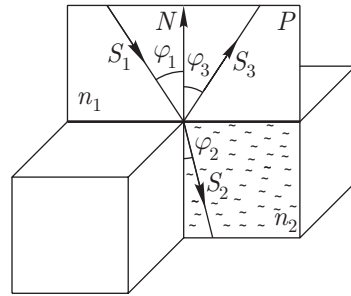


Рис. 9.1

Другими словами, если преломленный луч отразится строго в обратном направлении, то он пойдет тем же путем, что и луч падающий.

*Задача 9.1.* Незнайка с Гунькой решают следующую научную проблему: по известному углу падения  $\varphi_1$  луча света требуется построить с помощью циркуля и линейки ход преломленного луча в среде с показателем преломления  $n = 1,5$ . Незнайка заявил, что для решения поставленной задачи ему необходимы калькулятор (чтобы делать вычисления) и транспортир (чтобы построить угол преломления).

Гунька сопел носом и никак не реагировал на Незнайкины возгласы. Прошло пять минут, и Гунька радостно воскликнул: «Все! Сделал!» «Ну-ка, покажи», — угрюмо попросил Незнайка. Гунька подвинул тетрадь и возбужденно начал объяснять (рис. 9.2): «Прямая  $a$  — граница раздела двух сред. Сверху воздух, внизу — стекло. Возьмем на границе раздела двух сред точку  $O$  и из неё циркулем построим сверху полуокружность радиуса  $r_1$ . Затем увеличим расстояние между ножками циркуля в  $n$  раз (здесь  $n$  численно равно показателю преломления стекла) и снизу построим вторую полуокружность радиуса  $r_2 = r_1 n$ . Теперь с помощью транспортира построим луч, падающий в точку  $O$  под углом  $\varphi_1$ .»

Гунька на несколько секунд задумался и залпом выпалил: «Теперь построим отраженный луч и из точки  $B$ , лежащей на пересечении полуокружности и отраженного луча, опустим на границу раздела сред перпендикуляр. Продолжим этот перпендикуляр до пересечения с нижней полуокружностью. Пусть это будет точка  $C$ . Проведём из точки  $O$  через точку  $C$  луч. Он и будет тем самым лучом, который требовалось построить в задаче!» «Не может быть!» — только и смог произнести Незнайка.

Докажите, что Гунька прав.

*Решение.* Опустим из точки  $A$  перпендикуляр  $AA_1$  на прямую  $a$ . Длина  $A_1O$ , проекции падающего луча  $AO$ , равна  $r_1 \sin \varphi_1$ . Длина  $OB_1$ , проекции преломленного луча  $OC$ , равна  $r_1 \sin \varphi_2$ . С другой стороны,  $OB_1$  является проекцией отраженного луча  $OB$ . Поскольку угол падения  $\varphi_1$  равен углу отражения  $\varphi_3$ , то треугольники  $OAA_1$  и  $OBB_1$  равны, следовательно, равны и отрезки  $A_1O$  и  $OB_1$ . Теперь, учитывая, что по построению  $r_2 = nr_1$ , мы можем записать:  $A_1O = OB_1$  или

$$r_1 \sin \varphi_1 = nr_1 \sin \varphi_2.$$

После сокращения на общий множитель  $r_1$  получаем выражение, в точности совпадающее с законом Снелла, что и доказывает правоту Гуньки.

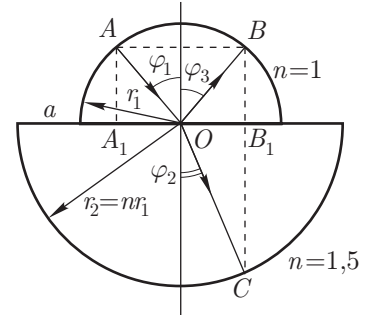


Рис. 9.2



§10. Явление полного отражения

Давайте поиграем с формулой (9.1). Пусть  $n_1 = 1,5$ , а  $n_2 = 1$ . Выполним построения, подобные тем, которые делал Гунька при решении задачи 9.1 (рис. 10.1). В соответствии с новыми условиями полуокружность большего радиуса окажется сверху. Вначале пусть падающий луч  $AO$  под небольшим углом  $\varphi_1$  и построим преломлённый луч. Пока ничего особенного не произошло. Разве только то, что преломлённый луч стал несколько сильнее, чем падающий, «прижиматься» к границе раздела выбранных нами сред. Продолжим увеличивать угол падения... Стоп! Стоп! Преломлённый луч  $OC$  заскользит по границе раздела (рис. 10.2), а если попытаться ещё увеличить угол падения, то преломлённый луч вообще окажется невозможно построить (рис. 10.3). Так оно и есть.

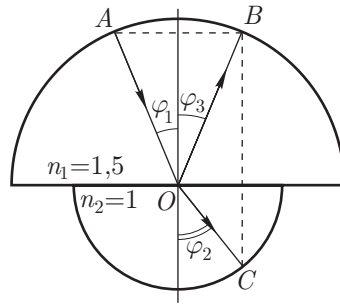


Рис. 10.1

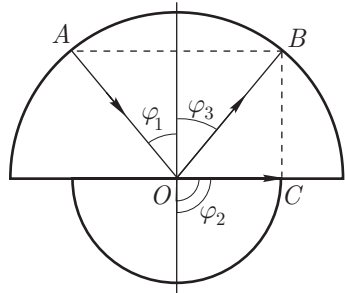


Рис. 10.2

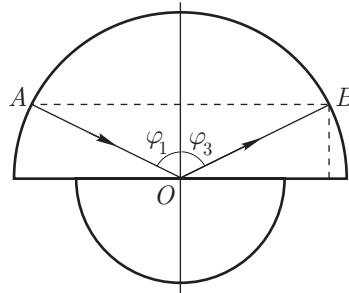


Рис. 10.3

Для луча, падающего из среды оптически более плотной в оптически менее плотную ( $n_1 > n_2$ ), существует угол  $\varphi_1$ , называемый предельным углом полного отражения  $\varphi_n$ , при котором в оптически менее плотную среду излучение не проникает. Не проникнет оно через границу раздела и при любом другом угле, большем предельного угла полного отражения. Найти угол  $\varphi_n$  можно из формулы (9.1), положив  $\varphi_2 = 90^\circ$ ,  $\sin \varphi_2 = 1$ ,

$$n_1 \sin \varphi_n = n_2. \tag{10.1}$$

Здесь уместно обратить ваше внимание на одну деталь: по мере того, как преломлённые лучи все сильнее отклоняются к границе раздела двух сред, их интенсивность становится все меньше и меньше. Зато растёт интенсивность отражённого излучения. И когда угол падения станет равным углу полного отражения, вся световая энергия падающих лучей перейдёт в энергию лучей отражённых.

*Задача 10.1.* Показатель преломления алмаза равен 2,42. Найдите для него угол полного отражения.

*Решение.* Из формулы (10.1) следует:  $\sin \varphi_n = 1/2,42 = 0,413$ . Отсюда легко найти значение самого угла  $\varphi_n \approx 24,5^\circ$ .

§11. Кажущаяся глубина водоёма

Наверно, вы не раз разглядывали в аквариуме или мелкой заводи рыбок, яркие камешки на дне. При этом, скорее всего, вы обращали внимание на то, что толщина водного слоя кажется меньше, чем есть на самом деле. Почему это происходит? Вспомним закон Снелла

$$\sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2. \tag{11.1}$$

Если угол падения  $\varphi_1$  мал (параксиальное приближение), то (11.1) можно преобразовать к виду:

$$\varphi_1 = n_2 \varphi_2.$$

Из рисунка 11.1:

$$\left. \begin{aligned} \frac{l}{h} = \operatorname{tg} \varphi_1 \approx \varphi_1 \\ \frac{l}{H} = \operatorname{tg} \varphi_2 \approx \varphi_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n_2 = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{H}{h}, \quad h = \frac{H}{n_2}. \tag{11.2}$$

Из (11.2) видно, что глубина водоёма кажется меньше истинной приблизительно в  $n$  раз.

*Внимание!* Формула (11.2) получена в параксиальном приближении. Если предметы, лежащие на дне водоёма, рассматривать под большим углом  $\varphi_1$ , то водоём кажется ещё меньше.

§12. Преломление света на тонком клине

Прежде чем изучать тонкие линзы, давайте решим задачу об отклонении узкого пучка света от первоначального направления при прохождении через тонкий клин (рис. 12.1). Пусть  $n$  — показатель преломления материала клина,  $\alpha$  — угол при вершине клина ( $\alpha \ll 1$ ),  $\varphi_1$  — угол падения света на первую грань клина. Найдём угол  $\delta$  отклонения луча от исходного направления. Задачу будем решать в параксиальном приближении. Для наглядности угол  $\alpha$  изобразим сильно увеличенным (рис. 12.2). Приближённый закон Снелла

$$\begin{cases} \varphi_1 = n\psi_1 \\ \varphi_2 = n\psi_2 \end{cases}$$

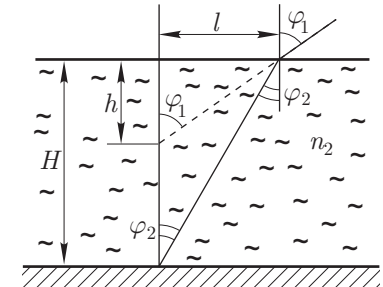


Рис. 11.1

$$\beta_1 = \varphi_1 - \psi_1 = (n - 1)\psi_1,$$

$$\beta_2 = \varphi_2 - \psi_2 = (n - 1)\psi_2.$$

По теореме о внешнем угле треугольника  $\delta = \beta_1 + \beta_2 = (n - 1)(\psi_1 + \psi_2)$ . По той же теореме  $\alpha_1 = \psi_1 + \psi_2$ , а углы  $\alpha$  и  $\alpha_1$  равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. В итоге мы получим

$$\delta = \beta_1 + \beta_2 = (n - 1)(\psi_1 + \psi_2) = (n - 1)\alpha_1 = (n - 1)\alpha.$$

Любопытный результат: в параксиальном приближении угол отклонения не зависит от угла падения и остаётся постоянной величиной.

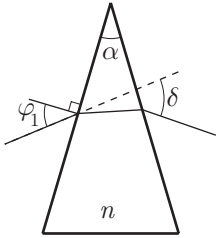


Рис. 12.1

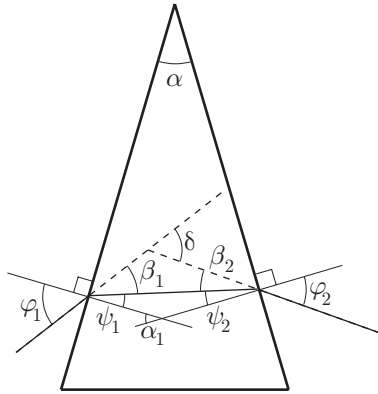


Рис. 12.2

§13. Тонкая линза

Пусть оптическая ось линзы совпадает с осью  $x$ . Пусть далее  $S_1$  — точечный источник света, а  $S_2$  — его изображение. Из рисунка 13.1 видно, что  $\delta$  — угол отклонения. Он является внешним для треугольника  $S_1MS_2$ . По теореме о внешнем угле треугольника

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2.$$

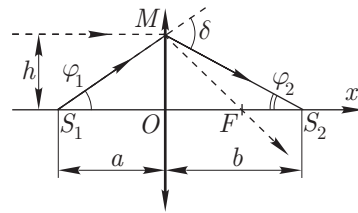


Рис. 13.1

Как и в случае со сферическим зеркалом

$$\varphi_1 \approx \frac{h}{a}, \quad \varphi_2 \approx \frac{h}{b}.$$

Если луч от бесконечно удаленного источника будет распространяться параллельно оптической оси и пройдёт через точку  $M$ , то преломившись в линзе, он отклонится на угол

$$\delta \approx \frac{h}{F}, \tag{13.1}$$

где  $F$  — фокусное расстояние линзы, а  $h$  — расстояние от оптической оси до точки  $M$ . В этом случае можно записать

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \tag{13.2}$$

Это формула тонкой линзы. Сравните её с формулой (8.5).

§14. Построение изображений, даваемых тонкой линзой

Предположим, что у нас есть тонкая собирающая линза. Поместим слева от неё на расстоянии, большем фокусного, вертикальную стрелку  $AB$ .

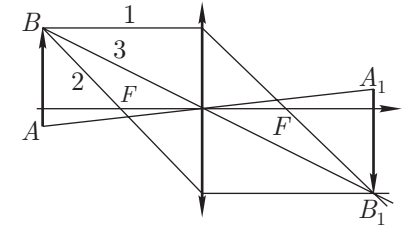


Рис. 14.1

Пусть первый луч из  $B$  на линзу параллельно главной оптической оси. Преломившись в линзе, луч пойдёт из  $B$  через задний фокус вправо и вниз. Второй луч пусть пройдет через передний фокус. Преломившись в линзе, он пойдёт вправо параллельно главной оптической оси. Существует точка  $B_1$ , в которой оба луча пересекаются. Точка  $B_1$  есть изображение точки  $B$ . Любой другой луч, вышедший из точки  $B$  и прошедший сквозь линзу, должен пройти через точку  $B_1$ . Аналогичным образом построим изображение точки  $A$ .

Итак, имея линзу и предмет  $AB$ , мы построили его изображение. Из рисунка 14.1 видно, что изображение  $A_1B_1$ , как и предмет  $AB$ , перпендикулярно главной оптической оси. Отметим два достаточно общих свойства линзы:

- прямую линию линза изображает также прямой;
- если в пространстве предметов прямая перпендикулярна главной оптической оси, то её изображение тоже перпендикулярно оси.

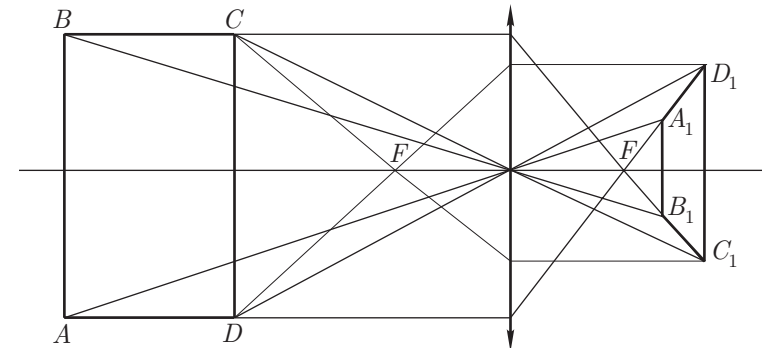


Рис. 14.2

Вообще, углы в пространствах предметов и изображений различны (рис. 14.2). Прямоугольник  $ABCD$  линза «превратила» в трапецию  $A_1B_1C_1D_1$ .

Если справа и слева от линзы находится одна и та же среда, то для построения изображения точки часто оказывается удобным использовать ещё один «замечательный» луч — тот, который идёт через центр линзы. На рисунке 14.1 он помечен как луч 3. Этот луч, проходя через линзу, не меняет своего направления и так же, как и первые два луча, проходит через точку  $B_1$ . Иногда такие лучи, проходящие через центр линзы, за их «несгибаемость» называют *побочной оптической осью*.

**Контрольные вопросы**

1. Можно ли получить увеличенное изображение предмета без помощи линз?
2. В течение дня тени от боковых штанг футбольных ворот меняют свою длину. Днём они короткие, а утром и вечером — длинные. Меняется ли в течение дня длина тени от верхней перекладины?
3. Мальвина разглядывает своё изображение в маленькое зеркальце. Но она видит только часть лица. Чтобы увидеть все лицо целиком, она просит Буратино отойти с зеркальцем подальше. Как при этом изменятся размеры видимой части лица Мальвины?
4. Перед зеркалом  $M$  воткнуты две булавки:  $A$  и  $B$  (рис. 15.1). В каком месте на штриховой линии должен находиться глаз наблюдателя, чтобы изображения булавок накладывались друг на друга?
5. Незнайка заметил, что в калейдоскопе с тремя зеркалами вместо одного камешка видно множество кучек по шесть камней в каждой. Он задумался, сколько кучек камней ему удастся увидеть в системе из четырёх зеркал (рис. 15.2) и сколько камней окажется в каждой кучке?
6. Сколько отражений источника  $S_0$  можно увидеть в системе зеркал  $M_1$  и  $M_2$  (рис. 15.3)?

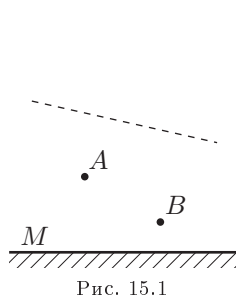


Рис. 15.1

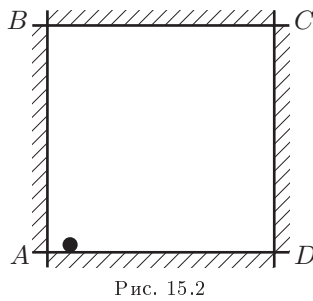


Рис. 15.2

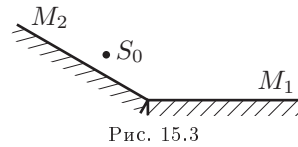


Рис. 15.3

7. Перенесите в тетрадь рисунок 15.4. Заштрихуйте на этом рисунке ту область, из которой можно одновременно видеть предмет  $AB$  и его изображение в зеркале  $M$ .

8. На две стеклянные плоскопараллельные пластинки с показателями преломления света  $n_1$  и  $n_2$  (рис. 15.5) падают два параллельных луча. Останутся ли лучи параллельными после прохождения пластинок?

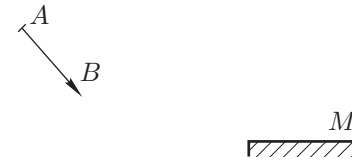


Рис. 15.4

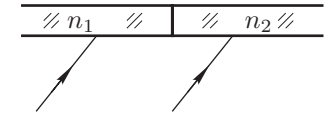


Рис. 15.5

9. Точечный источник света  $S_0$  находится на главной оптической оси линзы. Луч падает от него на линзу (рис. 15.6) и, преломившись в ней, пересекает ось линзы в точке  $S_1$ . Линзу повернули на малый угол  $\alpha$  вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через оптический центр линзы. В какую сторону относительно точки  $S_1$  сместится изображение точечного источника  $S_0$ ?

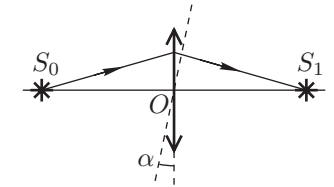


Рис. 15.6

10. В каком случае можно наблюдать полное отражение луча света: когда он падает на плоскую поверхность водоёма из воздуха или из воды?

**Задачи**

1. Высота классной комнаты  $H = 3$  м. На расстоянии  $l = 0,6$  м от потолка висит лампочка  $S$ . На столе, высота которого  $h = 0,8$  м, лежит плоское зеркало  $M$  (рис. 16.1). На каком расстоянии  $x$  от уровня пола находится изображение лампочки, видимое в зеркале  $M$ ?
2. Между двумя плоскими зеркалами  $M_1$  и  $M_2$ , расположенными параллельно друг другу на расстоянии  $L = 10$  см, находится точечный источник  $S$ . Расстояние от источника до зеркала  $M_1$  равно  $l = 3$  см. Найдите расстояние между изображениями  $S_{12}$  и  $S_{21}$  (нумерация изображений проводится так же, как и в параграфе 5 данного задания).

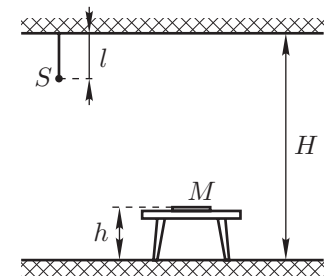


Рис. 16.1

3. На толстую стеклянную плоскопараллельную пластинку, изготовленную из стекла с показателем преломления  $n = 1,6$ , падает луч света. Отражённый и преломлённый лучи образуют прямой угол. Найдите угол падения луча на пластинку.

4. Тонкий клин с углом  $\alpha = 0,02$  рад при вершине изготовили из стекла с показателем преломления  $n_c = 1,5$  и опустили в бассейн с водой ( $n_B = 4/3$ ). Найдите угол отклонения луча, распространяющегося в воде и проходящего сквозь клин.

5. Тонкий клин с углом  $\alpha = 0,02$  рад при вершине изготовили из стекла с показателем преломления  $n_c = 1,5$  и опустили в аквариум с водой ( $n_B = 4/3$ ). Найдите угол отклонения луча, прошедшего сквозь аквариум с клином.

6. Луч света падает на рассеивающую линзу под углом  $\alpha = 0,05$  к главной оптической оси и, преломившись в ней на расстоянии  $y = 2$  см от оптического центра линзы, выходит под тем же углом относительно главной оптической оси. Найдите фокусное расстояние  $F$  линзы.

7. С повышением температуры показатель преломления стекла несколько уменьшается. Увеличится или уменьшится фокусное расстояние рассеивающей линзы, если её равномерно нагреть?

8. Постройте ход луча  $AB$  за рассеивающей линзой (рис. 16.2).

9. Постройте изображение стрелки  $AB$ , находящейся перед тонкой собирающей линзой (рис. 16.3).

10. Постройте изображение стрелки  $AB$ , находящейся перед тонкой собирающей линзой (рис. 16.4).

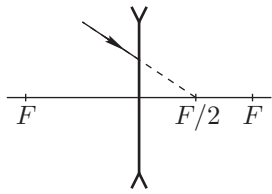


Рис. 16.2

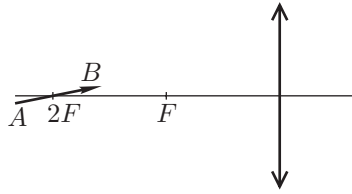


Рис. 16.3

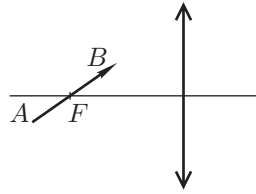


Рис. 16.4

Содержание

Введение..... 3

§1. О роли моделей в физике..... 3

§2. Камера-обскура..... 6

§3. Законы отражения света..... 7

§4. Плоские зеркала..... 9

§5. Система двух зеркал..... 11

§6. Катафот..... 12

§7. Приближение паракиальной оптики..... 12

§8. Сферические зеркала..... 13

§9. Преломление света..... 15

§10. Явление полного отражения..... 17

§11. Кажущаяся глубина водоёма..... 18

§12. Преломление света на тонком клине..... 18

§13. Тонкая линза..... 19

§14. Построение изображений, даваемых тонкой линзой..... 20

Контрольные вопросы..... 21

Задачи..... 22