Задачи

1(5). Задайте множества перечислением их элементов:

$A=\{x\in\mathbb{R}:\ (x^2+1)(x^3-1)=0\}$, $B=\{x\in\mathbb{Q}:\ (x^2-2)(x^2-1)=0\}$,

$C=\{x\in\mathbb{N}:\ x$ – делитель $27\}$, $D=\{x\in\mathbb{N}:\ x$ кратно 3, $x\in[1;\,31]\}$.

Найдите $A\cap B$, $C\cap B$, $(A\cup D)\cap C$, $D\setminus C$, $C\setminus D$.

2(6). Найдите $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, если:

а) $A=(1;\,4)$, $B=[0;\,8]$;

б) $A=(3;\,+\infty)$, $B=[1;\,4)$;

в) $A=[2;\,5]$, $B=(-\infty;\,3)$.

3(12). Пусть (x,y) – координаты точек плоскости. Укажите штриховкой множества:

$A=\{(x,y)\mid x>2\}$, $C=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 4\}$,

$B=\{(x,y)\mid x-y\ge 1\}$, $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2>9\}$,

$E=\{(x,y)\mid |x-2y|\ge 1\}$, $G=\{(x,y)\mid |x+y|<x\}$.

$H=\{(x,y)\mid |x-2y|\le |x+y|\}$.

Найдите $A\cap B$, $B\cap C$, $D\cup C$; $E\cap G$, $E\setminus H$.

4(8). Пусть A, B, C – подмножества основного множества E. Докажите:

а) $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$ (первый закон де Моргана), б) $\overline{A \cup B \cup C} = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$,

в) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$,

г) $(A \cup B) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A \cap B$.

5(5). Пусть A, B, C – конечные подмножества основного множества E. Докажите, что справедливо равенство:
$$m(A \cup B \cup C) = m(A) + m(B) + m(C) - m(A \cap C) - m(A \cap B) - m(B \cap C) +$$
$$+ m(A \cap B \cap C).$$

6(5). Из 25 учеников класса «отлично» по английскому языку за полугодие получили 10 человек, а «отлично» по математике получили 14 человек, 7 учеников получили «отлично» по обоим предметам. Сколько учеников класса не имеют отличной оценки ни по математике, ни по английскому языку?

7(6). В олимпиаде по математике приняло участие 10 учеников класса, в олимпиаде по биологии – 7 человек, а в олимпиаде по физике – 9 человек. Известно, что в олимпиадах по математике и биологии участвовало 4 ученика, в олимпиадах по математике и физике – 5 учеников, а во всех трех олимпиадах – 2 ученика. Сколько школьников участвовали в олимпиадах по физике и биологии, если всего участников олимпиад было 17 человек?

8(13). а)(3) Покажите, что множество рациональных чисел счетно.

б)(5) Установите взаимно однозначное соответствие между элементами множеств $(0; 2)$ и $(4; 7)$.

в)(5) Докажите, что множества $(-2; 1)$ и $(2; +\infty)$ равномощны.

9(15). а)(5) Установите взаимно однозначное соответствие между элементами множеств $(0; 1)$ и $[0; 1]$.

б)(5) Установите взаимно однозначное соответствие между элементами множеств $(-1; 2]$ и $[2; 4]$.

в)(5) взаимно однозначное соответствие между элементами множеств $(3; 8)$ и $(4; 9)$.

