Контрольные вопросы

(это примеры типа ЕГЭ, серия А и В)

1(1). (Демо ЕГЭ –2006) Найдите значение выражения $\frac{1}{2}\cdot 2^{\log_2 10}$.

2(2). Решите уравнение $\log_2(3x+1)^4 = 16$.

3(2). Найдите сумму корней уравнения $\lg\left(x^2-2x-4\right)=\lg(2-x)$.

4(2). Найдите сумму корней уравнения $\log_2(x+3)+\log_2(x-4)=3$.

5(2). Решите уравнение $\log_2(x+1)^2 + 2\log_2(3-x) = 2\log_2 12.$

6(2). (Демо ЕГЭ –2006) Решите неравенство $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{3x-7} > 0{,}04.$

7(2). Найдите область определения функции $y(x) = \sqrt{\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x} - 81}.$

8(2). Найдите область определения функции $y = \sqrt{3 - \lg x}.$

9(2). Решите неравенство $7^{\frac{1}{x}} \ge 7.$

10(2). Решите неравенство $9^{x} - 5^{x+1} < 4 \cdot 9^{x-1} - 16 \cdot 5^{x-1}.$

11(2). Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x+7) \ge -2.$

12(3). Найдите произведение всех корней уравнения

$$\sqrt{4(\log_2 t)^3 + 8(\log_2 t)^2 - 5\log_2 t} = 1 - 2\log_2 t.$$

Задачи

(такие задачи могут входить в ЕГЭ, серия С)

1(2). (Демо ЕГЭ –2006) При каких значениях x соответственные значения функций $f(x) = \log_2 x$ и $g(x) = \log_2(3-x)$ будут отличаться меньше, чем на 1?

Решите неравенства 2 – 10:

2(3). $\left|\log_2(4+x) - \log_2(-1-x)\right| < 1.$

3(3). $$\frac{\left(3^{x^2} - 3\right)\left(2^{-x} - 2^{3}\right)\left(4^{x} - 4^{x^2+2x-2}\right)}{\left(x^2 - 5x + 6\right)} > 0.$$

4(3). $$\frac{\left(\log_{\frac{1}{2}} x - 2\right)\left(3^{x^2} - 9\right)\left(x^2 - 5x + 6\right)}{\left(\log_2 x + 1\right)\left(\log_3 x + 4\right)} \le 0.$$

5(3). $\dfrac{(4x+25)(4x+27)\log_{3-\sqrt{5}}\left(77-4x-x^2\right)}{\left(2^{x^2-2x}-2^{x+4}\right)} \geq 0.$

6(3). (МГУ, 1997, ф-т почв.) $\dfrac{(\log_2 3)^x-(\log_2 3)^2}{(\log_2 3)^{-x}-x\left(\log_{2^x} 3\right)} > 0.$

7(3). (МГУ, 2000) $\log_2 x \leq \dfrac{8\log_2 x-2}{\log_2 x+5}.$

8(3). **(**МАИ) $\sqrt{\log_2 x}+\sqrt{5+\log_{0,5} x} \leq 3.$

9(4). (МФТИ, 1997) $\log_{|2x+1|} x^2 \geq 2$.

10(5). (МФТИ, 2004) $\dfrac{\log_{x^2} 9}{\sqrt{\dfrac{1}{2}+\log_{x^2}(x+1)}-\sqrt{\dfrac{3}{2}}} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{\log_3(x+1)-\log_9 x^4}.$

11(5). (ЕГЭ -2003) Из области определения функции $y=\log_7\left(a^a-a^{\frac{7x+4}{x+4}}\right)$ взяли все целые положительные числа и сложили их. Найдите все значения, при которых такая сумма будет больше 7, но меньше 11.

12(5). (Типа Демо –2006) Шесть чисел образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Первый, второй и четвертый члены этой прогрессии являются решениями неравенства $\log_{\frac{x}{4}-1}\left(\log_4 \dfrac{x-22}{x-16}\right) \geq 0,$

а остальные **__не являются__** решениями этого неравенства. Найдите множество всех возможных значений первого члена таких прогрессий.

