

**Федеральное агентство по образованию  
Федеральная заочная физико-техническая школа  
при Московском физико – техническом институте  
(государственном университете)**

**ФИЗИКА**

**Электростатика.  
Законы постоянного тока**

Задание №3 для 11-х классов

(2005-2006 учебный год)



г. Долгопрудный, 2005

*Составитель:* В.И. Чивилев, доцент кафедры общей физики МФТИ.

Физика: задание №3 для 11-х классов (2005-2006 учебный год). -  
М.: МФТИ, 2005, 32с.

**Дата отправления заданий по физике и математике – 14 ноября 2005г.**

Составитель:

**Чивилев Виктор Иванович**

Изд. лиц. №040060 от 21.08.96г. Подписано 30.06.05

Формат 60x90 1/16. Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,0

Уч.-изд. л. 1,77. Тираж 2200. Заказ №9-з.

Федеральная заочная физико-техническая школа  
Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
«ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»

141700, Москов. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
ФЗФТШ при МФТИ, тел/факс (095) 408-5145 – **заочное отделение**  
тел./факс (095) 485-4227 – **очно-заочное отделение**  
тел.409-9583 – **очное отделение**

***E.mail: zftsh@pop3.mipt.ru***

**Наш сайт: [www.school.mipt.ru](http://www.school.mipt.ru)**

© ФЗФТШ при МФТИ, 2005

### От автора задания

Электричество, особенно его часть – электростатика – традиционно трудный раздел. Поэтому большинство контрольных вопросов и задач для самостоятельного решения аналогичны разобранным в задании и расположены в той же последовательности. Надеюсь, что такая структура задания поможет Вам более эффективно систематизировать и углубить Ваши знания. Рекомендуется по мере работы над параграфами Задания находить соответствующие контрольные вопросы и отвечать на них, закрепляя этим прочитанный материал.

### § 1. Заряд. Напряженность электрического поля

Многочисленные опытные факты подтверждают, что большой круг явлений природы можно описать, введя понятия электрического заряда и электрического поля. Единицу электрического заряда можно ввести разными путями в зависимости от выбора системы единиц. Сейчас нет возможности на этом останавливаться, поэтому будем считать, что уже есть принципиальный способ измерять заряд количественно. Пойдем дальше.

При всех взаимодействиях в макромире и микромире выполняется **закон сохранения электрического заряда**: *алгебраическая сумма зарядов системы сохраняется, если через границы системы не проходят электрические заряды*. Следует еще раз отметить, что закон сохранения заряда справедлив не только при взаимодействии макроскопических тел, но и при взаимодействии элементарных частиц, когда в результате ядерных реакций одни частицы исчезают, а другие появляются.

Важным понятием является *точечный заряд*, то есть заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с другими характерными расстояниями, например – расстоянием до других зарядов (заряженных тел).

Опыт показывает, что характеристикой электрического поля в каждой его точке является векторная величина  $\vec{E}$ , называемая *напряженностью электрического поля* и определяемая из равенства

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Здесь  $\vec{F}$  – сила, действующая на неподвижный точечный заряд, помещенный в исследуемую точку поля. При этом знак заряда  $q$  любой, а сам заряд называется пробным, т. к. им «пробуют» поле. Напряженность поля от величины пробного заряда не зависит, как не зависит температура воды в озере от вида термометра, которым ее измеряют. Следует однако заметить, что для измерения напряженности поля, которое было до (а не после) внесения пробного заряда, следует брать заряд  $q$  настолько малым, чтобы он не вызывал заметного перераспределения зарядов, создающих поле, и не вызывал существенных изменений в других возможных источниках электрического поля. Источниками электрического поля являются электрические заряды и изменяющееся

магнитное поле. И еще одно замечание по записанному выше равенству для  $\vec{E}$ . Точечный заряд  $q$  создает вокруг себя собственное электрическое поле, но это поле никак не входит в равенство для определения напряженности  $\vec{E}$ ,

поскольку  $\vec{E}$  есть напряженность внешнего поля, т. е. поля, созданного всеми зарядами (или другими источниками), кроме заряда  $q$ . Заряд  $q$  служит лишь инструментом для измерения напряженности этого внешнего поля. И это принципиально.

Частным случаем электрического поля является *электростатическое поле*, т. е. поле, созданное неподвижными зарядами.

Из опыта известно, что для электрического поля справедлив **принцип суперпозиции**: *в каждой точке напряженность  $\vec{E}$  электрического поля равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в этой точке всеми источниками электрических полей*:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_i \vec{E}_i.$$

## § 2. Закон Кулона. Поле точечного заряда.

### Силовые линии электрического поля

Опытным путем установлен **закон Кулона**: *сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме пропорциональна произведению модулей зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой, проходящей через эти заряды*:

$$F = k \cdot \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}. \quad (2.1)$$

Здесь  $F$  – модуль силы,  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц,  $q_1$  и  $q_2$  – величины зарядов,  $r$  – расстояние между зарядами.

Обратите внимание, что нарушение в конкретных условиях опыта точечности зарядов, их неподвижности или нахождение в вакууме может привести к невыполнению соотношения (2.1).

Основной единицей в любой системе единиц называется единица, для которой существует установленная по договоренности принципиальная возможность создания эталона этой единицы. Напомним, что основными единицами системы СИ являются единица длины метр (м), массы килограмм (кг), времени секунда (с), силы электрического тока ампер (А), термодинамической температуры кельвин (К), количества вещества моль (моль), силы света кандела (кд). Остальные единицы в системе СИ производные, их размерность (выраженная через основные или другие единицы системы) дается через определения и физические законы, устанавливающие связь между различными физическими

величинами. Единицей заряда в системе СИ является кулон (Кл) – заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А.

Найдем размерность (обозначается квадратными скобками) коэффициента  $k$  в формуле (2.1) закона Кулона. Для размерностей физических величин в (2.1) выполняется соотношение, аналогичное соотношению (2.1) между самими величинами:

$$[F] = [k] \frac{[q_1][q_2]}{[r^2]}.$$

Поскольку  $[F] = H = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$ ,  $[q_1] = [q_2] = \text{Кл} = A \cdot \text{с}$ ,  $[r^2] = \text{м}^2$ , то

$$[k] = \frac{[F][r^2]}{[q_1][q_2]} = \frac{H \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{А}^2 \cdot \text{с}^4}.$$

Запоминать выражение для размерности  $k$  не обязательно, но уметь вывести, используя (2.1), надо.

Приведем значение коэффициента  $k$  в (2.1) для системы СИ:

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3}{\text{А}^2 \cdot \text{с}^4} = 9 \cdot 10^9 \text{ ед. СИ}.$$

Заметим, что вместо выражения для размерности после численного значения можно писать «ед. СИ» (единицы СИ). Иногда в системе СИ коэффициент  $k$  в (2.1) записывают в форме  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ .

Здесь  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  ед. СИ называется электрической постоянной.

Найдем напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом  $Q$ , на расстоянии  $r$  от заряда. Для этого поместим мысленно на расстоянии  $r$  от  $Q$  пробный заряд  $q$ . По закону Кулона на  $q$  действует сила

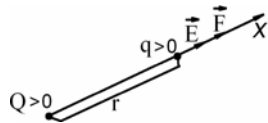


Рис. 2.1

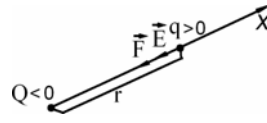


Рис. 2.2

$F = \left| \vec{F} \right| = k|Q||q|/r^2$ . Напряженность поля (созданного зарядом  $Q$ ) в месте

расположения  $q$  равна  $\vec{E} = \vec{F}/q$ . Отсюда  $E = \left| \vec{E} \right| = \left| \vec{F} \right|/|q|$ . С учетом выражения для  $F$  напряженность поля точечного заряда  $Q$  на расстоянии  $r$  от него

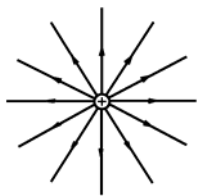
$$E = k \frac{|Q|}{r^2}. \quad (2.2)$$

На рисунках 2.1 и 2.2 показаны случаи для  $Q > 0$  и  $Q < 0$ . Знак пробного заряда  $q$  выбран положительным из соображений удобства, т. к. при таком выборе направление силы, действующей на  $q$ , совпадает с направлением напряженности.

Формулу (2.2) можно обобщить, избавившись от знака модуля:

$$E_x = k \frac{Q}{r^2}. \quad (2.3)$$

Здесь  $E_x$  – проекция напряженности на ось  $x$ , направленную от заряда  $Q$  и проходящую через исследуемую точку. Справедливость (2.3) при любом знаке  $Q$  проверяется непосредственно (см. рис. 2.1, 2.2).



**Рис. 2.3**

Наглядно электрические поля изображают с помощью силовых линий. *Силовой линией (линией напряженности) электрического поля называется непрерывная линия, касательная в каждой точке которой совпадает с направлением вектора напряженности электрического поля в этой точке.* На рис. 2.3 приведена картина силовых линий электрического поля положительного точечного заряда.

Стрелкой на каждой силовой линии указывается ее направление, т. е. направление вектора напряженности в каждой точке силовой линии. Полезно посмотреть и нарисовать самим картины силовых линий полей из школьного учебника.

Все свойства силовых линий как электрического поля, так и электростатического поля следуют из определения силовых линий и из законов электродинамики. Приведем некоторые свойства.

1. Силовые линии электрического поля не пересекаются. В противном случае в точках пересечения была бы неопределенность в направлении напряженности поля.

2. Густота силовых линий электрического поля в пространстве пропорциональна напряженности электрического поля.

3. Силовые линии электростатического поля не замкнуты. Они начинаются на положительных зарядах (или в бесконечности) и заканчиваются на отрицательных зарядах (или в бесконечности). При этом некоторая группа силовых линий (лучевая трубка) связывает равные по модулю заряды и число силовых линий, выходящих (входящих) из заряженного тела не зависит от формы тела, а зависит только от величины заряда (пропорционально заряду).

Обратите внимание, что первые два свойства справедливы и для электростатического поля, как частного случая электрического. Третье же свойство справедливо только для электростатического поля, а для произвольного электрического поля выполняется не всегда.

**Задача 2.1.** В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной  $a = 1$  м расположены точечные заряды  $q_1 = Q = 1,4 \cdot 10^{-7}$  Кл и  $q_2 = -2Q$ . Най-

ти напряженность (модуль) электрического поля в третьей вершине треугольника.

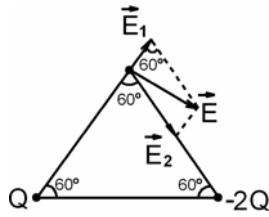


Рис. 2.4

**Решение.** Пусть напряженность полей, созданных зарядами  $Q$  и  $-2Q$  в третьей вершине треугольника  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  (рис. 2.4). По принципу суперпозиции полей напряженность результирующего поля  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Используя теорему косинусов для тре-

угольника, составленного из векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ , получаем  $E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos 60^\circ$ . Поскольку

$$E_1 = kQ/a^2, E_2 = 2kQ/a^2, \cos 60^\circ = 1/2, \text{ то } E = \sqrt{3}k \frac{Q}{a^2} \approx 2,2 \cdot 10^3 \text{ Н/Кл.}$$

### § 3. Поле заряда, равномерно распределенного по сферической поверхности

Самый простой способ создать равномерное распределение заряда по сферической поверхности – это зарядить проводящий шарик и уединить его. Заряд, в силу равноправности всех направлений из центра шарика, распределится по поверхности равномерно.

Сравним поле искомого заряда  $Q$  на сфере радиуса  $R$  и поле точечного заряда, равного заряду сферы. На рис. 3.1 показаны картины силовых линий полей этих зарядов для случая  $Q > 0$ .

Число силовых линий, выходящих из зарядов сферы и точечного заряда, одинаково, т.к. заряды равны (свойство 3 предыдущего параграфа). Это означает, что картины силовых линий обоих полей (а значит и напряженности) совпадают на расстояниях  $r > R$ , считая от центра сферы или от точечного заряда. Внутри сферы силовых линий нет, нет и поля. В противном случае силовые линии, начавшись на сфере, могли бы идти в силу симметрии только к центру сферы. Но в центре нет заряда, на котором они могли бы закончиться. Итак, *вне сферы напряженность поля заряда  $Q$ , равномерно распределенного по сферической поверхности (сфере) радиуса  $R$ , совпадает с напряженностью поля точечного заряда, равного заряду сферы и помещенного в центре сферы, а внутри сферы поля нет:*

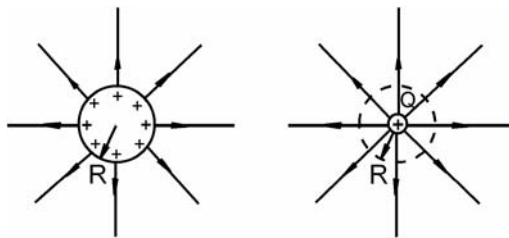


Рис. 3.1

*вне сферы напряженность поля заряда  $Q$ , равномерно распределенного по сферической поверхности (сфере) радиуса  $R$ , совпадает с напряженностью поля точечного заряда, равного заряду сферы и помещенного в центре сферы, а внутри сферы поля нет:*

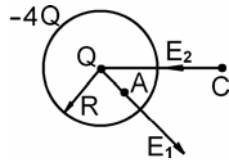
$$E = k \frac{|Q|}{r^2} \text{ при}$$

$$r > R, E = 0 \text{ при } r < R.$$

Здесь  $r$  – расстояние от центра сферы. Для записи выражения напряженности вне сферы можно применить и формулу (2.3).

Говорить о напряженности поля при  $r = R$  нет смысла, т. к. в рамках теории, когда не рассматриваются размеры конкретных носителей заряда на атомном уровне, напряженность при  $r = R$  не определена.

**Задача 3.1.** В центре сферы радиусом  $R$  находится точечный заряд  $Q > 0$ .



По сфере распределен равномерно заряд  $-4Q < 0$ . Найти напряженности  $E_1$  и  $E_2$  на расстояниях  $R/2$  и  $2R$  от центра сферы.

**Решение.** В любой точке напряженность равна векторной сумме напряженностей полей, созданных

зарядами  $Q$  и  $-4Q$ :  $\vec{E} = \vec{E}_Q + \vec{E}_{-4Q}$ .

Это векторное равенство можно записать в проекциях на ось  $x$ , проведенную из центра сферы через исследуемую точку:  $E_x = E_{xQ} + E_{x-4Q}$ .

Для точек  $A$  и  $C$  (рис. 3.2) на расстояниях  $R/2$  и  $2R$  от центра сферы проекция напряженности на ось  $x$  (свою для каждой точки):

$$E_{2x} = k \frac{Q}{(2R)^2} + k \frac{-4Q}{(2R)^2} = -\frac{3}{4} k \frac{Q}{R^2}. \quad E_1 = |E_{1x}| = 4k \frac{Q}{R^2},$$

напряженность направлена от центра сферы.  $E_2 = |E_{2x}| = \frac{3}{4} k \frac{Q}{R^2}$ , напряженность направлена к центру сферы.

#### § 4. Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости

Пусть поверхностная плотность заряда (заряд единицы поверхности) равна  $\sigma$ . Силовые линии перпендикулярны плоскости, густота их везде одинакова. Это следует из соображений симметрии. На рис. 4.1 показано поле для  $\sigma > 0$ . Напряженность поля по каждую сторону плоскости одна и та же, независимо от расстояния до плоскости (поле однородно). Приведем без доказательства выражение для модуля напряженности электрического поля по любую сторону плоскости:

$$E = k2\pi|\sigma| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}. \quad (4.1)$$

Эту формулу можно обобщить. Пусть  $\sigma$  произвольного знака. Направим ось  $x$  перпендикулярно плоскости (рис. 4.2). Можно убедиться непосредственной проверкой, что при  $x > 0$   $E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ , при  $x < 0$   $E_x = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$  при любом знаке

$\sigma$ . Здесь  $E_x$  проекция напряженности на ось  $x$ . Для запоминания обобщенных формул можно формально считать  $\sigma > 0$  и писать выражение для  $E_x$



при  $x > 0$  и  $x < 0$ . Полученные формулы окажутся справедливыми и при  $\sigma < 0$ . Обобщение полезно тем, что нет знака модуля.

**Задача 4.1.** Равномерно заряженные пластины параллельны и находятся на расстоянии друг от друга много меньшем их размеров. Найти плотности зарядов  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  на пластинах, зная, что напряженность поля в точках  $A$  и  $B$  вблизи пластин  $E_A = 6000 \text{ Н/Кл}$ ,  $E_B = 2000 \text{ Н/Кл}$  (рис. 4.3).

**Решение.** Направим ось  $x$  для рис. 4.3 перпендикулярно пластинам, от первой ко второй. В любой точке по принципу суперпозиции полей напряженность  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ , где  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  – напряженности полей, созданных первой и второй пластинами. Запишем последнее равенство в проекциях на ось  $x$ :  $E_x = E_{1x} + E_{2x}$ . Это равенство справедливо для любой точки. Для точек  $A$  и  $B$  оно имеет более конкретный вид.

$$\text{Для т. } A: E_A = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}. \quad \text{Для т. } B: E_B = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}.$$

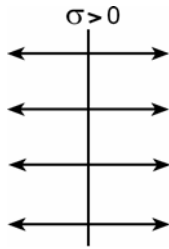


Рис. 4.1



Рис. 4.2

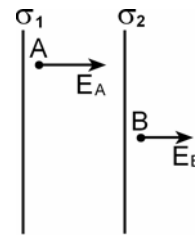


Рис. 4.3

Решая систему из последних двух уравнений, находим

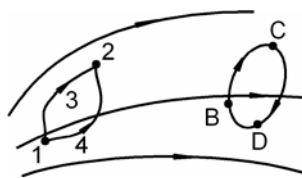
$$\sigma_1 = \epsilon_0 (E_A + E_B) = 7,08 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2,$$

$$\sigma_2 = -\epsilon_0 (E_A - E_B) = -3,54 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2.$$

Заметим, что для решения задачи с использованием для напряженности формулы с модулем пришлось бы перебрать возможные случаи для знаков зарядов пластин, поскольку знаки заранее не известны. Это усложнило бы решение. Попробуйте решить задачу вторым способом и сравните его с первым.

### § 5. Потенциал

Пусть пробный заряд  $q$  перемещается в электростатическом поле из точки 1 в точку 2 по некоторой траектории под действием нескольких сил (рис. 5.1). Каждая сила совершает над зарядом работу. Нас интересует работа, совершенная над зарядом силами электростатического поля. Оказывается (доказательства не приводим), что эта работа не зависит от формы траектории. Например, работы на траекториях 1-3-2 и 1-4-2 равны. Из независимости работы от фор-

**Рис. 5.1**

Поля, для которых работа сил поля не зависит от формы траектории, называются потенциальными. В таких полях можно ввести понятие потенциальной энергии  $\Pi$  и потенциала  $\varphi$ . Для электростатического поля работа сил поля над перемещаемым из точки 1 в точку 2 зарядом равна убыли (изменение с обратным знаком) потенциальной энергии заряда в поле:  $A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2 = -\Delta\Pi$ .

Потенциал данной точки поля вводится как отношение потенциальной энергии пробного заряда в поле к величине заряда:  $\varphi = \frac{\Pi}{q}$ .

Потенциал – энергетическая характеристика поля, не зависящая от величины пробного заряда. С введением потенциала для работы  $A_{12}$  можно записать

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

(5.1)

Разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  (напряжение) зависит только от положения точек 1 и 2.

Потенциальная энергия и потенциал определены с точностью до произвольной постоянной. Потенциал (и потенциальную энергию) можно отсчитывать от некоторой точки, положив в ней потенциал равным нулю. Обычно полагают потенциал бесконечно удаленной точки поля (бесконечности) или потенциал Земли равным нулю.

Перенесем мысленно пробный заряд из данной точки электростатического поля с потенциалом  $\varphi$  в бесконечность. Силы поля совершат над зарядом работу  $A$ . Согласно (5.1)  $A = q(\varphi - \varphi_\infty)$ . Если принять  $\varphi_\infty = 0$ , то

$$\varphi = \frac{A}{q}. \quad (5.2)$$

Равенство (5.2) удобно для нахождения потенциала данной точки поля.

Из принципа суперпозиции электрических полей и (5.2) можно вывести, что потенциал поля, созданного несколькими зарядами, равен сумме потенциалов полей, созданных отдельными зарядами:  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots = \sum_i \varphi_i$ .

Единицей потенциала (разности потенциалов) в системе СИ служит вольт(В):  $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж/Кл}$ .

Следует не забывать, что независимость работы сил поля над перемещаемым зарядом от формы траектории и понятие потенциала справедливы только для

электростатического поля и могут не иметь места для произвольного электрического поля.

**Задача 5.1.** В неоднородном электростатическом поле электрону сообщили в точке  $B$  скорость  $v_B = 1000$  км/с. Электрон, двигаясь свободно в поле по криволинейной траектории, достиг точки  $C$  со скоростью  $v_C = 2000$  км/с. Какую разность потенциалов  $\varphi_B - \varphi_C$  прошел электрон?

**Решение.** Работа сил электростатического поля над электроном равна изменению кинетической энергии электрона:  $(-e)(\varphi_B - \varphi_C) = \frac{mv_C^2}{2} - \frac{mv_B^2}{2}$ .

Здесь  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – модуль заряда электрона,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг – масса электрона. Имеем  $\varphi_B - \varphi_C = -\frac{m}{2e}(v_C^2 - v_B^2) = -8,5$  В.

### § 6. Потенциал поля точечного заряда и заряда, равномерно распределенного по сферической поверхности

Примем потенциал бесконечности равным нулю. Тогда, используя (5.2), можно вывести, что на расстоянии  $r$  от точечного заряда  $Q$  потенциал электростатического поля

$$\varphi = k \frac{Q}{r}. \quad (6.1)$$

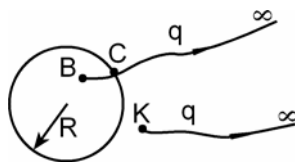


Рис. 6.1

Возьмем теперь заряд  $Q$ , равномерно распределенный по сфере радиуса  $R$  (рис. 6.1). Для нахождения потенциала на расстоянии  $r$  от центра сферы перенесем мысленно пробный заряд  $q$  из исследуемой точки в бесконечность и применим формулу (5.2).

Для произвольной точки  $K$  вне сферы  $\varphi_K = A_{K\infty} / q$ , где  $A_{K\infty}$  – работа сил поля над  $q$  при его перемещении из т.  $K$  в бесконечность. Эта работа не изменится, если весь заряд  $Q$  сферы поместить в центр сферы, т. к. поля обоих зарядов  $Q$  при  $r > R$  совпадают (см. § 3). Для точечного заряда  $Q$  отношение  $A_{K\infty} / q$  есть потенциал его поля в т.  $K$ , который находится по формуле (6.1). Итак, для сферы  $\varphi_K = kQ / r$ . В предельном случае при  $r = R$  получим потенциал сферы, равный  $kQ / R$ .

Для произвольной точки  $B$  внутри сферы  $\varphi_B = A_{BC\infty} / q = (A_{BC} + A_{C\infty}) / q$ .

Здесь  $A_{BC\infty}$ ,  $A_{BC}$  и  $A_{C\infty}$  – работа сил поля над зарядом  $q$  на участках  $BC\infty$ ,  $BC$  и  $C\infty$ . Внутри сферы поля нет, сила на  $q$  со стороны поля не дей-

ствуется и  $A_{BC} = 0$ . Тогда  $\varphi_B = A_{C\infty} / q$ . Но правая часть последнего равенства есть потенциал т. С, т.е. потенциал сферы, равный  $kQ / R$ . Значит, потенциал любой точки внутри сферы равен потенциалу сферы:  $\varphi_B = kQ / R$ .

Итак, для заряда  $Q$ , равномерно распределенного по сфере радиуса  $R$  потенциал поля вне сферы равен потенциалу точечного заряда, равного заряду сферы и помещенного в центре сферы (как и для напряженности), а потенциал внутри сферы один и тот же и равен потенциалу сферы:

$$\varphi = k \frac{Q}{r} \text{ при } r > R, \quad \varphi = k \frac{Q}{R} \text{ при } r \leq R.$$

**Задача 6.1.** В двух вершинах прямоугольника со сторонами  $a$  и  $2a$  (рис.

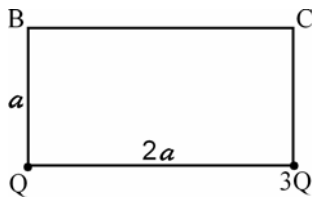


Рис. 6.2

6.2) закреплены точечные заряды  $Q$  и  $3Q$ . Какую минимальную работу надо затратить, чтобы переместить точечный заряд  $4Q$  из состояния покоя из вершины  $B$  в вершину  $C$ ?

**Решение.** Здесь идет речь о работе  $A$ , которую необходимо совершить нам против электрических сил при переносе заряда  $4Q$ . Работа  $A$  в сумме с

работой  $A_1$  сил электростатического поля над зарядом  $4Q$  равна изменению кинетической энергии перемещаемого заряда:  $A + A_1 = \Delta K$ . Отсюда  $A = -A_1 + \Delta K$ .

Работа  $A$  будет минимальной, если величина  $\Delta K$  минимальна, т.е. заряд  $4Q$  придет в вершину  $C$  с нулевой скоростью, т.е.  $\Delta K = 0$ . Итак,

$A = -A_1$ . Работа сил поля над зарядом  $A_1 = 4Q(\varphi_B - \varphi_C)$ , где

$\varphi_B = k \frac{Q}{a} + k \frac{3Q}{a\sqrt{5}}$ ,  $\varphi_C = k \frac{Q}{a\sqrt{5}} + k \frac{3Q}{a}$  – потенциалы результирующего поля,

созданного зарядами  $Q$  и  $3Q$  в вершинах  $B$  и  $C$ . Окончательно

$$A = \frac{8(\sqrt{5}-1)kQ^2}{\sqrt{5}a} > 0.$$

**Задача 6.2.** В центре сферы радиусом  $R$  находится точечный заряд  $Q > 0$ . По сфере распределен равномерно заряд  $-4Q < 0$ . Найти потенциалы  $\varphi_A$  и  $\varphi_C$  на расстояниях  $R/2$  и  $2R$  от центра сферы (рис. 6.3).

**Решение.** Потенциал в любой точке равен сумме потенциалов полей, созданных в этой точке зарядами

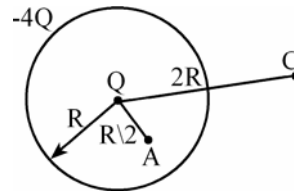


Рис. 6.3

$$Q \text{ и } -4Q. \text{ Для точек } A \text{ и } C \quad \varphi_A = k \frac{Q}{R/2} + k \frac{-4Q}{R} = -2k \frac{Q}{R},$$

$$\varphi_C = k \frac{Q}{2R} + k \frac{-4Q}{2R} = -\frac{3}{2} k \frac{Q}{R}.$$

### § 7. Связь между напряженностью электростатического поля и разностью потенциалов

Пусть есть однородное электростатическое поле с напряженностью  $E$  (рис. 7.1). Возьмем точки 1 и 2 на силовой линии на расстоянии  $d$  друг от друга так, чтобы

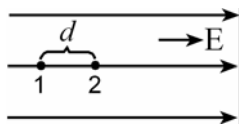


Рис. 7.1

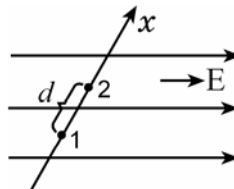


Рис. 7.2

направление 1-2 совпадало с направлением силовой линии. Можно показать, что разность потенциалов (напряжение)  $\varphi_1 - \varphi_2$  между точками 1 и 2, напряженность поля  $E$  и расстояние  $d$  связаны уравнением

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed. \quad (7.1)$$

Зависимость (7.1) можно обобщить. Пусть в однородном поле есть произвольные точки 1 и 2 (рис. 7.2). Проведем через эти точки в направлении 1-2 ось  $x$ . Можно показать, что

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_x d, \quad (7.2)$$

где  $E_x$  – проекция напряженности поля на ось  $x$ .

Соотношение (7.2) можно применить и для неоднородного поля, если только  $d$  настолько мало, что поле в окрестности точек 1 и 2 можно считать однородным.

Проанализировав (7.1) можно заключить, что потенциал убывает в направлении силовой линии поля. Это утверждение справедливо и для неоднородного поля.

### § 8. Проводники

Проводниками называют тела, в которых находится достаточно много заряженных частиц, имеющих возможность перемещаться по всему проводнику под действием электрического поля. Эти частицы называются свободными зарядами, так как могут относительно свободно перемещаться по телу проводника. В металлах такими частицами являются электроны, в электролитах – ионы.

Пусть есть заряженный проводник, помещенный во внешнее электростатическое поле. Под действием внешнего поля и собственного поля свободных зарядов свободные заряды будут перемещаться по телу проводника и перераспределяться до тех пор, пока не наступит равновесие и движение зарядов не прекратится. Явление перераспределения зарядов проводника, вызванное влиянием внешнего электростатического поля, называется *электростатической индукцией*. Для заряженных проводников во внешнем электростатическом поле в равновесном состоянии справедливы следующие утверждения:

1. Электростатическое поле внутри проводника отсутствует. Доказательство от противного: при наличии поля свободные заряды придут в движение и нарушится равновесие.

2. Напряженность поля вблизи поверхности проводника и снаружи проводника перпендикулярна поверхности. Другими словами, силовые линии входят в проводник и выходят из него перпендикулярно поверхности проводника. Доказательство от противного: в противном случае появится составляющая силы вдоль поверхности, действующая на свободные заряды на поверхности проводника, заряды придут в движение и равновесие нарушится.

3. Плотность объемного заряда (объемная плотность заряда), т.е. заряд единицы объема, внутри проводника равна нулю. Доказательство от противного: пусть сколь угодно малый макроскопический объем внутри проводника заряжен положительно (отрицательно), тогда из него выходят (входят) силовые линии, т.е. вблизи этого объема есть электрическое поле – противоречие с тем, что поле внутри проводника отсутствует.

4. Внутренность проводника не заряжена, весь заряд проводника сосредоточен на его поверхности. Это утверждение следует из равенства нулю плотности объемного заряда.

5. Разность потенциалов любых двух точек проводника, включая точки поверхности, равна нулю. Это значит, что потенциал всех точек проводника один и тот же. Поэтому говорят о потенциале проводника, не указывая конкретной точки проводника.

Для доказательства возьмем две произвольные точки проводника и перенесем пробный заряд из одной точки в другую по произвольной траектории, лежащей внутри проводника. Поля внутри проводника нет, на пробный заряд со стороны поля сила не действует, работа сил поля над зарядом равна нулю. Тогда, согласно (5.1), разность потенциалов между этими точками тоже равна нулю.

6. Сделаем внутри проводника полость, изъяв содержимое. Изъятие нейтрального содержимого полости не вызовет изменения поля во всех точках вне и внутри проводника и в полости. Значит, не изменится распределение зарядов по поверхности проводника, а напряженность поля внутри проводника и в полости будет равна нулю. Итак, полые проводники ведут себя как и сплошные.

**Задача 8.1.** Снаружи проводящего шара с зарядом  $Q > 0$  находится точечный заряд  $q > 0$  на расстоянии  $R$  от центра шара. Можно ли найти силу взаимодействия зарядов по формуле  $F = kQq / R^2$ ?

**Решение.** Из-за явления электростатической индукции заряды на поверхности шара перераспределятся, удалившись от  $q$ . Сила станет меньше, чем рассчитанная по предложенной формуле! Этой формулой можно было бы воспользоваться, если бы заряд на поверхности шара остался равномерно распределенным.

**Задача 8.2.** Две проводящие пластины с зарядами  $Q$  и  $3Q$  расположены параллельно и напротив друг друга. Площади пластин одинаковы, их размеры велики по сравнению с расстоянием между ними и можно считать, что заряды распределены по каждой поверхности пластин равномерно. Найти заряды на поверхностях пластин.

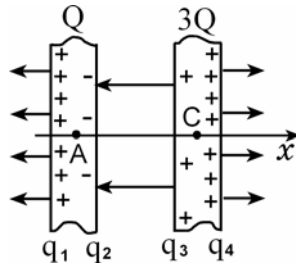


Рис. 8.1

**Решение.** Пусть площадь пластин  $S$ , а заряды на поверхностях пластин  $q_1, q_2, q_3, q_4$  (рис. 8.1). Внутри проводящих пластин зарядов нет, заряды  $Q$  и  $3Q$  распределены по поверхностям пластин:

$$q_1 + q_2 = Q, \quad q_3 + q_4 = 3Q.$$

Направим ось  $x$  перпендикулярно пластинам. Для любой точки вне и внутри пластин сумма напряженностей полей, созданных зарядами  $q_1, q_2, q_3$

и  $q_4$  равна напряженности  $\vec{E}$  результирующего поля:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = \vec{E}.$$

Для точек  $A$  и  $C$ , в которых напряженность поля равна нулю, последнее векторное равенство, записанное в проекциях на ось  $x$ , принимает вид:

$$\frac{q_1}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_3}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_4}{2\epsilon_0 S} = 0, \quad \frac{q_1}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_2}{2\epsilon_0 S} + \frac{q_3}{2\epsilon_0 S} - \frac{q_4}{2\epsilon_0 S} = 0.$$

Решая систему из четырех записанных скалярных уравнений, находим

$$q_1 = q_4 = 2Q, \quad q_2 = -Q, \quad q_3 = Q.$$

Полученный ответ справедлив при любом знаке  $Q$ . На рис. 8.1 показана картина силовых линий и распределение зарядов для случая  $Q > 0$ .

**Задача 8.3.** Проводящий полый шар (рис. 8.2) с радиусами сферических поверхностей  $R$  и  $2R$  имеет заряд  $2Q$  ( $Q > 0$ ). В центре шара находится то-

точный заряд  $Q$ . Найти напряженность и потенциал в точках  $A$  и  $C$  на расстояниях  $R/2$  и  $3R$  от центра шара. Найти потенциал полого шара.

**Решение.** Все силовые линии, вышедшие из точечного заряда  $Q$ , заканчиваются на внутренней поверхности полого шара (на рис. 8.3 показана только часть силовых линий). Поэтому заряд на внутренней поверхности равен по модулю и противоположен по знаку заряду  $Q$ , т.е. равен  $-Q$ . Так как заряд

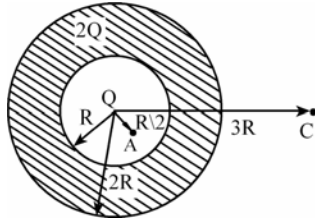


Рис. 8.2

проводника может располагаться только на его поверхностях и суммарный заряд равен  $2Q$ , то заряд внешней поверхности шара составит  $3Q$ . Итак, имеем систему зарядов, состоящую из точечного заряда  $Q$  и зарядов  $-Q$  и  $3Q$  на сферах радиусами  $R$  и  $2R$ .

Для точек  $A$  и  $C$  по принципу суперпозиции полей проекция напряженности результирующего поля на ось  $x$ , проведенную из центра шара через исследуемую точку (для точек  $A$  и  $C$  оси  $x$  различны), равна сумме проекций напряженностей полей, созданных зарядами  $Q$ ,  $-Q$ ,  $3Q$ :

$$E_{Ax} = k \frac{Q}{(R/2)^2} + 0 + 0 = 4k \frac{Q}{R^2} > 0,$$

$$E_{Cx} = k \frac{Q}{(3R)^2} + k \frac{-Q}{(3R)^2} + k \frac{3Q}{(3R)^2} = \frac{1}{3} k \frac{Q}{R^2} > 0.$$

Проекции получились положительные. Это значит, что напряженности поля в точках  $A$  и  $C$  направлены от центра шара и равны

$$E_A = 4k \frac{Q}{R^2}, \quad E_C = \frac{1}{3} k \frac{Q}{R^2}.$$

Найдем потенциалы. По принципу суперпозиции полей потенциал в т.  $A$  равен сумме потенциалов в этой точке от полей, созданных зарядами  $Q$ ,  $-Q$  и  $3Q$ :

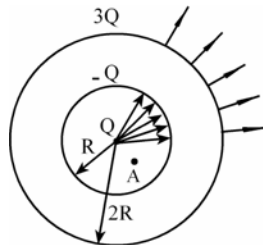


Рис. 8.3

Аналогично потенциал в т.  $C$ :

$$\varphi_A = k \frac{Q}{R/2} + k \frac{-Q}{R} + k \frac{3Q}{2R} = \frac{5}{2} k \frac{Q}{R}.$$

$$\varphi_C = k \frac{Q}{3R} + k \frac{-Q}{3R} + k \frac{3Q}{3R} = k \frac{Q}{R}.$$

Потенциал шара проще всего найти, определив потенциал наружной поверхности шара:



$$\varphi = k \frac{Q}{2R} + k \frac{-Q}{2R} + k \frac{3Q}{2R} = \frac{3}{2} k \frac{Q}{R}.$$

### § 9. Диэлектрики

Идеальные диэлектрики – это вещества, не содержащие свободных зарядов. В куске незаряженного диэлектрика, помещенного в электростатическое поле, появляются так называемые *связанные заряды*. В результате напряженность поля внутри и вне диэлектрика изменяется по модулю и направлению по сравнению с тем, что было в соответствующих точках пространства до внесения диэлектрика. Природа возникновения связанных зарядов связана с явлением *поляризации* – ориентацией нейтральных молекул по полю из-за того, что молекулы были или стали под действием внешнего поля диполями. Связанные заряды, возникшие в поляризованном диэлектрике, создают собственное электростатическое поле, которое накладывается на внешнее, противодействуя ему и пытаясь ослабить. Результирующее поле внутри диэлектрика становится отличным от внешнего.

Характеристикой однородного изотропного диэлектрика является диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$ . Если граница такого диэлектрика перпендикулярна внешнему электрическому полю, то напряженность поля в диэлектрике будет в  $\varepsilon$  раз меньше, чем в вакууме.

Напряженность поля равномерно распределенного по сфере заряда, точечного заряда и бесконечной равномерно заряженной плоскости, помещенных в диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , будет в  $\varepsilon$  раз меньше, чем в вакууме. Для точечного заряда и сферы (при  $r > R$ ) вместо (2.2) и (2.3) справедливы формулы  $E = k \frac{|Q|}{\varepsilon r^2}$ ,  $E_x = k \frac{Q}{\varepsilon r^2}$ .

Для плоскости вместо (4.1) справедливо  $E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ .

В бесконечном однородном и изотропном диэлектрике вместо формулы (2.1) закона Кулона можно записать  $F = k \frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$ .

**Задача 9.1.** Точечный заряд  $Q$  находится в центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  (рис. 9.1). Найти напряженность электрического поля в точках 1, 2 и 3 на расстояниях  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  от точечного заряда.

Решение. Пусть есть заряд  $Q$  в вакууме.

С появлением слоя из диэлектрика напряженность поля, перпендикулярная границам диэлектрика, изменяется только в диэлектрике, причем уменьшается в  $\varepsilon$  раз. Поэтому

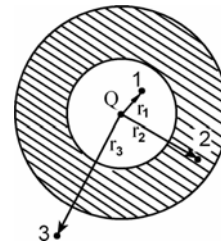


Рис. 9.1

$$E_1 = k \frac{|Q|}{r_1^2}, \quad E_2 = k \frac{|Q|}{\varepsilon r_2^2}, \quad E_3 = k \frac{|Q|}{r_3^2}.$$

### § 10. Конденсаторы

Конденсатором называется система, состоящая из двух проводников, расположенных достаточно близко друг от друга. Проводники называют обкладками конденсатора. Если на обкладки конденсатора поместить равные по модулю и противоположные по знаку заряды, то разность потенциалов (напряжение) между обкладками будет пропорционально заряду обкладок, т.е. отношение заряда к напряжению не будет зависеть от заряда. На основании этого утверждения, которое приводим без доказательства, вводится понятие емкости (емкости конденсатора).

Емкостью конденсатора называется отношение заряда  $Q$  одной из обкладок к разности потенциалов  $U$  между этой обкладкой и соседней:

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (10.1)$$

Если взят заряд на положительно заряженной обкладке, то  $Q > 0$ ,  $U > 0$  и получится  $C > 0$ . Если заряд взят на отрицательной обкладке, то  $Q < 0$ ,  $U < 0$  и опять будет  $C > 0$ . Итак, из определения емкости следует, что емкость величина положительная. В системе СИ емкость измеряется в фарадах:  $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / \text{В}$ .

Требование близости обкладок друг к другу связано с тем, что для независимости  $C$  от  $Q$  в (10.1) нужно, чтобы поле от зарядов на обкладках было сосредоточено практически полностью между обкладками, т.е. все силовые линии, начинающиеся на одной обкладке, заканчивались только на другой и не уходили на окружающие тела. В этом случае окружающие тела не будут влиять на емкость конденсатора.

Можно вывести, что емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}. \quad (10.2)$$

Здесь  $S$  – площадь обкладок,  $d$  – расстояние между ними,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

При последовательном соединении изначально не заряженных конденсаторов с емкостями  $C_1$ ,  $C_2$ , ... общий заряд равен заряду каждого конденсатора, общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах, общая емкость определяется из формулы  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

Полезно помнить формулу для частного случая последовательного соединения двух конденсаторов:  $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ .

Для последовательно соединенных  $n$  одинаковых конденсаторов емкостью  $C_1$  каждый  $C = C_1 / n$ .

Если последовательно соединены предварительно заряженные конденсаторы, то применение перечисленных выше свойств и формул может привести к неправильному результату!

При параллельном соединении конденсаторов с емкостями  $C_1, C_2, \dots$  общий заряд равен сумме зарядов отдельных конденсаторов, общее напряжение равно напряжению на каждом, общая емкость равна сумме емкостей:

$$C = C_1 + C_2 + \dots$$

**Задача 10.1.** В плоский конденсатор параллельно его обкладкам вставлена пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  (рис. 10.1). Площадь обкладок конденсатора и пластины  $S$ , толщина пластины  $d$ , расстояние между обкладками  $3d$ . Найти емкость такого конденсатора.

**Решение.** Пусть расстояние от пластины до левой обкладки конденсатора  $x$ . Наклеим мысленно на обе стороны пластины тонкую проводящую и незаряженную фольгу. От этого ничего не изменится. Обе фольги можно рассматривать как своеобразные провода, соединяющие три последовательно соединенных конденсатора с расстояниями  $x$ ,  $d$  и  $2d - x$ . Для общей емкости  $C$

$$\frac{1}{C} = \frac{x}{\varepsilon_0 S} + \frac{d}{\varepsilon \varepsilon_0 S} + \frac{2d - x}{\varepsilon_0 S}.$$

Окончательно  $C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d(2\varepsilon + 1)}$ . Заметим, что не заданная в условии величина  $x$

«исчезла» в процессе решения.

**Задача 10.2.** В плоский конденсатор емкостью  $C$  вставлена параллельно обкладкам плоская проводящая пластина с зарядом  $Q$  (рис. 10.2). Конденсатор подсоединен к источнику с эдс  $\mathcal{E}$ . Площади пластины и обкладок конденсатора равны. Толщина пластины равна расстоянию от нее до правой обкладки и составляет четверть от расстояния между обкладками. Найти заряд

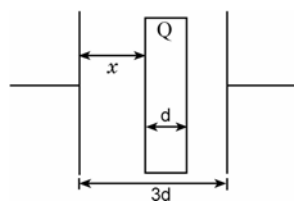


Рис. 10.1

конденсатора.

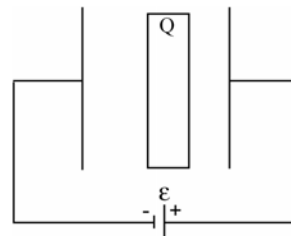
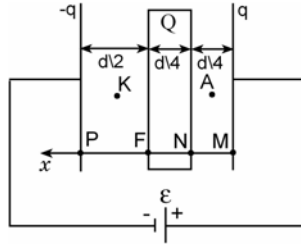


Рис. 10.2

**Решение.** Пусть  $d$  – расстояние между обкладками,  $S$  – их площадь. Пусть  $q$  – заряд правой обкладки. Тогда заряд левой будет  $-q$ , т.к. заряд в значительных количествах не может накапливаться на соединительных проводах и в источнике. Направим ось  $x$  влево (рис. 10.3).



**Рис. 10.3**

Заметим, что поле внутри пластины отсутствует и разность потенциалов  $\varphi_N - \varphi_F$  между точками  $N$  и  $F$  равна нулю. Кроме того, заряды на поверхностях пластины создают вне пластины такое же поле, как и заряд  $Q$ , если бы его расположить на любой из двух поверхностей пластины. Это легко показать отдельно.

Разность потенциалов  $\varphi_M - \varphi_P$  между точками  $M$  и  $P$  равна  $\mathcal{E}$ . Поэтому  $(\varphi_M - \varphi_N) + (\varphi_N - \varphi_F) + (\varphi_F - \varphi_P) = \mathcal{E}$ .

$$\text{У нас } \varphi_M - \varphi_N = E_A \frac{d}{4}, \quad \varphi_N - \varphi_F = 0, \quad \varphi_F - \varphi_P = E_K \frac{d}{2}.$$

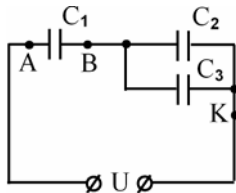
Здесь  $E_A$  и  $E_K$  – проекции напряженности результирующего поля на ось  $x$ . По принципу суперпозиции полей

$$E_A = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{-q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2\varepsilon_0 S} (2q - Q),$$

$$E_K = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{-q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2\varepsilon_0 S} (2q + Q).$$

Подставляя выражения для  $E_A$ ,  $E_K$  и разностей потенциалов в первое уравнение, получим после упрощений  $6q + Q = 8\mathcal{E} \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ .

Так как  $\frac{\varepsilon_0 S}{d} = C$ , то  $q = (8C\mathcal{E} - Q)/6$ .



**Рис. 10.4**

Следует заметить, что знак найденного заряда правой обкладки зависит от соотношения заданных в условии задачи величин.

**Задача 10.3.** На схему (рис. 10.4) подано напряжение  $U = 24 \text{ В}$ . Емкости конденсаторов  $C_1 = 1 \text{ мкФ}$ ,  $C_2 = 2 \text{ мкФ}$ ,  $C_3 = 3 \text{ мкФ}$ . Найти напряжения на конденсаторах.

**Решение.** В задачах, где есть схемы с конденсаторами, обычно предполагается, что схемы собраны из первоначально незаряженных конденсаторов.

Емкость между точками  $B$  и  $K$   $C_{BK} = C_2 + C_3 = 5$  мкФ. Общая емкость  $C_{AK} = \frac{C_1 C_{BK}}{C_1 + C_{BK}} = \frac{5}{6}$  мкФ.

Общий заряд всей батареи конденсаторов  $q_{AK} = C_{AK}U = 20 \cdot 10^{-5}$  Кл. Так как заряд  $q_1$  конденсатора  $C_1$  равен заряду батареи, то напряжение на этом конденсаторе  $U_1 = q_1 / C_1 = q_{AK} / C_1 = 20$  В. Напряжения на конденсаторах  $C_2$  и  $C_3$  равны напряжению между точками  $B$  и  $K$  и в сумме с  $U_1$  дают  $U$ . Поэтому  $U_2 = U_3 = U_{BK} = U - U_1 = 4$  В.

Приведенная в задаче схема не громоздкая, и ответ легко получить в общем виде:

$$U_1 = \frac{C_2 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3} U = 20 \text{ В}, \quad U_2 = U_3 = \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_3} U = 4 \text{ В}.$$

### § 11. Энергия электрического поля

Электрическое поле обладает энергией. Плотность энергии  $w$  (энергия единицы объема) любого электрического поля в некоторой точке зависит от напряженности  $E$  поля в этой точке. В однородном изотропном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}.$$

Энергия электрического поля конденсатора есть энергия конденсатора. Почти вся энергия плоского конденсатора сосредоточена в однородном поле между его обкладками.

Параметры заряженного конденсатора характеризуются тремя величинами: емкостью  $C$ , зарядом  $q$  и напряжением  $U$ . Между ними простая связь:  $C = q / U$ . Энергия конденсатора может быть выражена через любые две из

трех величин:  $W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$ .

**Задача 11.1.** Плоский конденсатор имеет заряд  $Q$  и отсоединен от источника. Пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  заполняет все пространство между обкладками. Емкость конденсатора без диэлектрика равна  $C$ . Какую минимальную работу надо совершить, чтобы удалить пластину из конденсатора?

**Решение.** Искомая работа  $A$  внешних сил пойдет на приращение энергии конденсатора:  $A = W_2 - W_1$ . Заряд конденсатора не изменяется, а емкость

уменьшается от  $\varepsilon C$  до  $C$ . Тогда  $A = \frac{Q^2}{2\varepsilon C} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$ .

### § 12. Электрический ток

Упорядоченное движение электрических зарядов называется электрическим током. Эти заряды называются носителями тока. В металлах носителями тока являются электроны, в электролитах – положительные и отрицательные ионы, в ионизованных газах и плазме – ионы обоих знаков и электроны.

*Силой тока (током)* называется отношение заряда  $\Delta Q$ , проходящего через поперечное сечение проводника за время  $\Delta t$ , к  $\Delta t$ :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}. \quad (12.1)$$

Если переносимый заряд  $\Delta Q$  пропорционален  $\Delta t$ , то сила тока  $I$  постоянна и говорят о постоянном токе. В остальных случаях формула (12.1) дает мгновенное значение тока при  $\Delta t \rightarrow 0$ .

За направление тока принимается направление движения положительных зарядов. Прохождение через поперечное сечение проводника отрицательного заряда эквивалентно в смысле переноса заряда прохождению такого же по модулю положительного заряда, но в противоположном направлении. Под  $\Delta Q$  в (12.1) понимается алгебраическая сумма зарядов, переносимых носителями обоих знаков.

Силу тока  $I$  удобно иногда считать положительной или отрицательной в зависимости от выбора положительного направления вдоль проводника. Если направление тока совпадает с выбранным направлением вдоль проводника, то  $\Delta Q > 0$  и  $I > 0$ . В противном случае  $\Delta Q < 0$  и  $I < 0$ . Но часто под силой тока понимают ее абсолютное значение, указывая дополнительно направление тока.

### § 13. Закон Ома для участка цепи, содержащего эдс

Пусть на свободные заряды участка цепи 1-2 действуют сторонние силы (силы неэлектростатического происхождения). Тогда говорят, что на участке 1-2 действует электродвижущая сила (эдс). За направление действия эдс будем считать направление действия сторонних сил на положительные заряды.

Для участка цепи 1-2 можно вывести, используя закон сохранения и превращения энергии, **закон Ома для участка цепи, содержащего эдс**:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \mathcal{E} = \pm IR. \quad (13.1)$$

Здесь  $\varphi_1 - \varphi_2$  – разность потенциалов (напряжение) между точками 1 и 2,  $\mathcal{E}$  – эдс, действующая на участке 1-2,  $I$  – сила тока,  $R$  – сопротивление участка 1-2. В (13.1) величины  $I$  и  $\mathcal{E}$  взяты положительными, что удобно на практике. При этом справедливо **правило знаков**: перед  $\mathcal{E}$  (или  $I$ ) берется знак «+», если направление действия эдс (или направление тока) совпадает с направлением от 1 к 2 и наоборот. Величина  $IR$  называется падением напряжения.

На схемах эдс на участках цепи обозначается  $\begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline | \\ \hline - \\ \hline \end{array}$ , наличие у участка цепи сопротивления обозначается  $\text{---}\square\text{---}$ . Причем эдс и сопротивление могут быть «размазаны» по участку 1-2 произвольным образом и поэтому порядок расположения этих двух символических обозначений для участка цепи в схеме не играет роли. Направление действия эдс совпадает с направлением от «-» к «+», на символическом обозначении.

Следует отметить, что равенство (13.1) справедливо не только для постоянных по времени  $I$ ,  $\mathcal{E}$ ,  $R$ , но и для их мгновенных значений.

**Задача 13.1.** На участке цепи 1-2, имеющем сопротивление  $R = 5$  Ом, идет ток  $I = 2$  А и действует эдс  $\mathcal{E} = 12$  В. Найти на участке 1-2 (рис. 13.1) падение напряжения и напряжение.

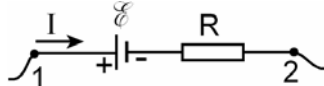


Рис.13.1

**Решение.** Падение напряжения есть  $IR = 10$  В. По закону Ома для участка цепи, содержащего эдс,  $(\varphi_1 - \varphi_2) - \mathcal{E} = IR$ . Отсюда напряжение

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = IR + \mathcal{E} = 22 \text{ В.}$$

#### § 14. Закон Ома для участка цепи без эдс

Пусть на участке 1-2 нет эдс (рис. 14.1). Тогда равенство (13.1) принимает вид

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pm IR. \quad (14.1)$$

Здесь правило знаков такое же, как в (13.1), т.е. берется для удобства  $I > 0$  и знак «+» перед  $I$  ставится при совпадении направлений тока с направлением 1-2. Если обозначить  $|\varphi_1 - \varphi_2| = U$ , то получается привычная

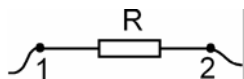


Рис. 14.1

формула закона Ома для участка цепи без эдс:

$$U = IR \text{ или } I = \frac{U}{R}. \quad (14.2)$$

Заметим, что для участка цепи без эдс напряжение  $U$  равно падению напряжения  $IR$ .

#### § 15. Закон Ома для замкнутой цепи

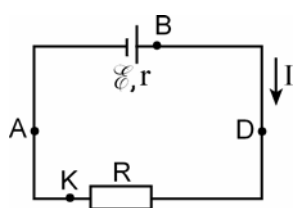


Рис. 15.1

Под замкнутой цепью понимается схема, когда участок цепи  $ABD$  с эдс  $\mathcal{E}$  и сопротивлением  $r$  подсоединен к участку цепи  $DKA$  с сопротивлением  $R$  и без эдс (рис. 15.1). Участок  $ABD$  называется источником тока или просто источником. Сопротивление  $r$  участка  $ABD$  называется внутренним сопротивлением источника и на схемах обозначение в виде прямоугольника опускается, указывается только сама буква  $r$ . Участок  $ABD$  замкнутой цепи называют внутренним, участок  $DKA$  – внешним, а сопротивление  $R$  – внешним сопротивлением.

Под действием сторонних сил в источнике в замкнутой цепи возникает ток  $I$ , идущий вне источника от «+» к «-». Применим закон Ома для участков  $ABD$  и  $DKA$ :  $\varphi_A - \varphi_D + \mathcal{E} = Ir$ ,  $\varphi_D - \varphi_A = IR$ .

$$\mathcal{E} = Ir + IR. \quad (15.1)$$

$Ir$  называется внутренним падением напряжения,  $IR$  – внешним падением напряжения. Обычно **закон Ома для замкнутой цепи** записывают в одной из двух форм, которые получаются из (15.1):  $\mathcal{E} = I(R + r)$ ,  $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$ .  $R + r$  называется полным сопротивлением цепи.

### § 16. Последовательное и параллельное соединение проводников

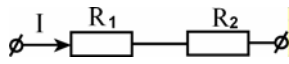


Рис. 16. 1

При последовательном соединении проводников с сопротивлениями  $R_1, R_2, R_3, \dots$  ток  $I$  равен току в каждом:  $I = I_1 = I_2 = I_3 = \dots$

На рис. 16.1 показано последовательное соединение двух проводников.

Общая разность потенциалов (напряжение) всего участка цепи, как легко показать, равна сумме напряжений на отдельных проводниках:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Можно вывести, что общее сопротивление при последовательном соединении проводников

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

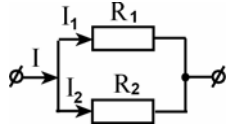


Рис.16. 2

В частном случае последовательного соединения  $n$  проводников сопротивлением  $R_1$  каждый  $R = nR_1$ .

При параллельном соединении проводников ток  $I$  равен сумме токов во всех проводниках:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

На рис. 16.2 показано параллельное соединение двух проводников. Общее напряжение равно напряжению на каждом проводнике:  $U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$

Можно показать, что общее сопротивление  $R$  при параллельном соединении проводников с сопротивлениями  $R_1, R_2, \dots$  находится из равенства

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

В частном случае параллельного соединения двух проводников  $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .

В другом частном случае параллельного соединения  $n$  проводников сопротивлением  $R_1$  каждый  $R = R_1 / n$ .



**Задача 16.1.** В схеме на рис. 16.3  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 9 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 5 \text{ Ом}$ ,  $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ ,  $r = 0,5 \text{ Ом}$ . Найти ток через резистор  $R_1$ .

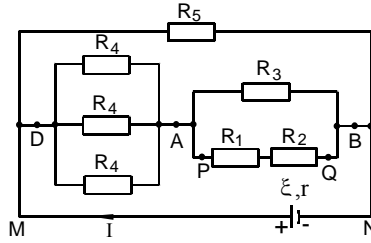


Рис. 16.3

$R_{PQ} = R_1 + R_2 = 3 \text{ Ом}$ . Сопротивление участка

AB  $R_{AB} = \frac{R_3 R_{PQ}}{R_3 + R_{PQ}} = 2 \text{ Ом}$ . Сопротивление участков DA, DB и MN

будут  $R_{DA} = R_4 / 3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_{DB} = R_{DA} + R_{AB} = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_{MN} = \frac{R_{DB} R_5}{R_{DB} + R_5} = 2,5 \text{ Ом}$ .

Заметим, что оказалось  $R_{DB} = R_5 = 5 \text{ Ом}$ . Тогда можно было бы сразу написать  $R_{MN} = R_5 / 2 = 2,5 \text{ Ом}$ . По закону Ома для замкнутой цепи  $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{MN} + r} = 4 \text{ А}$ .

Теперь пойдем «обратно», вычисляя параметры схемы и приближаясь к  $R_1$ . Напряжение между точками M и N  $U_{MN} = IR_{MN} = 10 \text{ В}$ . Напряжение  $U_{DB} = U_{MN} = 10 \text{ В}$ . Ток на участке DB  $I_{DB} = U_{DB} / R_{DB} = 2 \text{ А}$ . Напряжение  $U_{AB} = I_{DB} R_{AB} = 4 \text{ В}$ . Так как  $U_{AB} = U_{PQ}$ , то ток через  $R_1$  будет

$$I_1 = I_{PQ} = \frac{U_{PQ}}{R_{PQ}} = \frac{U_{AB}}{R_{PQ}} = \frac{4}{3} \text{ А}.$$

### § 17. Последовательное и параллельное соединение источников

При последовательном соединении источников общая эдс равна алгебраической сумме эдс отдельных источников, общее внутреннее сопротивление равно сумме внутренних сопротивлений отдельных источников. Для определения знака эдс каждого источника нужно выбрать положительное направление движения на участке с этим источником. Эдс источника берется со знаком «+», если направление действия эдс совпадает с выбранным направлением. В противном случае ставится знак «-».

При параллельном соединении источников с одинаковыми эдс и возможно различными внутренними сопротивлениями общая эдс (эдс батареи) равна эдс одного источника. Внутреннее сопротивление батареи рассчитывается как при параллельном соединении проводников с сопротивлениями, равными внутренним сопротивлениям источников.

При параллельном соединении источников с различными эдс выражение для эдс батареи усложняется и здесь не приводится.

**Задача 17.1.** В схеме на рис. 17.1  $\mathcal{E}_1 = 12\text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 3\text{ В}$ ,  $r_1 = 1\text{ Ом}$ ,  $r_2 = 2\text{ Ом}$ ,  $R = 6\text{ Ом}$ . Найти напряжение на зажимах источников, т.е. разность потенциалов  $\varphi_A - \varphi_B$  и  $\varphi_B - \varphi_D$ .

**Решение.** Эдс батареи последовательно соединенных источников  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = 9\text{ В}$ . Причем, полярность батареи совпадает с полярностью источника  $\mathcal{E}_1$ , т.к.  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ . Ток по закону Ома для замкнутой цепи  $I = \mathcal{E} / (R + r_1 + r_2) = 1\text{ А}$ . По закону Ома для участков цепи  $AB$  и  $BD$ :  $\varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_1 = Ir_1$ ,  $\varphi_B - \varphi_D - \mathcal{E}_2 = Ir_2$ .

Отсюда  $\varphi_A - \varphi_B = Ir_1 - \mathcal{E}_1 = -11\text{ В}$ ,  $\varphi_B - \varphi_D = Ir_2 + \mathcal{E}_2 = 5\text{ В}$ .

**Задача 17.2.** Найти ток через резистор с сопротивлением  $R$  в схеме на рис. 17.2.

**Решение.** Между точками  $A$  и  $B$  имеем параллельное соединение источников.

На рис. 17.3 показана эквивалентная схема, для которой  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}$ ,  $r_1 = r_2r / (r + 2r) = 2r / 3$ . Общая эдс и внутреннее сопротивление последовательно соединенных источников с эдс  $3\mathcal{E}$  и  $\mathcal{E}_1$

$$\mathcal{E}_0 = 3\mathcal{E} - \mathcal{E}_1 = 3\mathcal{E} - \mathcal{E} = 2\mathcal{E}, \quad r_0 = 3r + r_1 = 3r + 2r / 3 = 11r / 3.$$

$$\text{Ток } I = \frac{\mathcal{E}_0}{R + r_0} = \frac{6}{3R + 11r}.$$

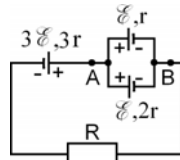


Рис. 17.1

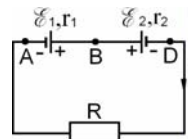


Рис. 17.2

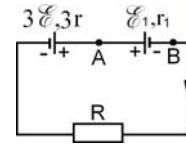


Рис. 17.3

### § 18. Правила Кирхгофа

Соединения резисторов и источников в сложных цепях не всегда можно свести к совокупности последовательного и параллельного их соединения. Для расчетов сложных цепей удобно применять правила Кирхгофа.

*Узлом* электрической цепи будем называть точку, где сходится не менее трех проводников. Токи, подходящие к узлу, будем считать положительными, а выходящие из узла – отрицательными. Узел – это не обкладки конденсатора, где может происходить существенное накопление заряда. Отсюда следует первое правило Кирхгофа: *алгебраическая сумма токов в узле равна нулю*.

Участок цепи между двумя узлами называется *ветвью*. Возьмем в сложной цепи произвольный замкнутый контур, состоящий из отдельных ветвей. Выберем направление обхода контура по часовой стрелке или против. Эдс в каждой

ветви контура будем считать положительной, если направление ее действия совпадает с выбранным направлением обхода контура, а в противном случае – отрицательной. Падение напряжения (произведение тока на сопротивление) в любой ветви контура будем считать положительным, если направление тока в этой ветви совпадает с направлением обхода контура, в противном случае – отрицательным. Записав для каждой ветви контура уравнение закона Ома для участка цепи, содержащего эдс, и сложив все уравнения, получим **второе правило Кирхгофа**: в произвольном замкнутом контуре любой электрической цепи сумма падений напряжений во всех ветвях контура равна алгебраической сумме эдс во всех ветвях контура.

Оба правила Кирхгофа справедливы не только для постоянных во времени значений всех величин, входящих в соответствующие уравнения, но и для их мгновенных значений.

При составлении уравнений по правилам Кирхгофа нужно придерживаться следующих рекомендаций. Если в цепи содержится  $n$  узлов, то по первому правилу Кирхгофа можно составить только  $n-1$  независимых уравнений. При составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа надо следить, чтобы в каждом новом контуре была хотя бы одна ранее не использованная ветвь. Отступление от этих рекомендаций приводит к появлению уравнений, являющихся следствием системы ранее составленных уравнений. В процессе решения такой «переполненной» системы может возникнуть тождество  $0=0$ , что приводит в замешательство решающего из-за «исчезновения» неизвестных системы.

**Задача 18.1.** В схеме на рис. 18.1  $\mathcal{E}_1 = 4,2$  В,  $\mathcal{E}_2 = 3,8$  В,  $R_1 = R_2 = 10$  Ом,  $R_3 = 45$  Ом. Найти силу и направление тока во всех участках цепи. Считать,

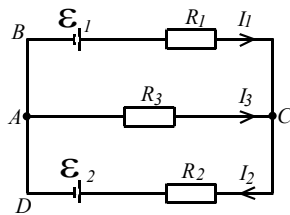


Рис. 18.1

что внутреннее сопротивление источников вошло в  $R_1$  и  $R_2$ .

**Решение.** Зададим направление токов произвольно, например, так, как показано на рис. 18.1. Для нахождения трех неизвестных токов надо составить три независимых уравнения. В схеме  $n = 2$  узла. По первому правилу Кирхгофа составляем  $n - 1 = 1$  уравнение. Для узла  $C$ :

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

Недостающие два уравнения составляем по второму правилу Кирхгофа для контуров  $ABCA$  и  $ABCD$ :

$$I_1 R_1 - I_3 R_3 = \mathcal{E}_1, \quad I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2.$$

Решение системы полученных трех уравнений в общем виде громоздко и дает громоздкие выражения для токов. Систему удобно решать, подставив в нее значения эдс и сопротивлений:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0, \quad 10I_1 - 45I_3 = 4,2, \quad 10I_1 + 10I_2 = 0,4.$$

Решая систему последних трех уравнений, находим:

$$I_1 = 0,06 \text{ А}, \quad I_2 = -0,02 \text{ А}, \quad I_3 = -0,08 \text{ А}.$$

Отрицательные значения токов  $I_2$  и  $I_3$  говорят о том, что истинные направления этих токов противоположны указанным на рис. 18.1.

### § 19. Закон Джоуля-Ленца. Энергетические превращения в электрической цепи

Для любого участка цепи, даже содержащего эдс, справедлив закон **Джоуля-Ленца**: количество теплоты, выделяемое на участке цепи с сопротивлением  $R$  при прохождении постоянного тока  $I$  в течение времени  $t$ , есть  $W = I^2 R t$ .

Отсюда мощность выделяемого тепла  $P = W / t = I^2 R$ .

Пусть на участке 1-2 идет постоянный ток  $I$ , перенося за время  $t$  от т. 1 к т. 2 заряд  $q = It$ .

Работой тока на участке 1-2 называется работа сил электростатического поля по перемещению  $q$  из т. 1 в т. 2:  $A_{\Gamma} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ .

Обозначим разность потенциалов (напряжение)  $\varphi_1 - \varphi_2$  через  $U$ . Тогда  $A_{\Gamma} = qU = UI t$ . В зависимости от знака  $U$  получается и знак  $A_{\Gamma}$ .

Мощность тока  $P_{\Gamma} = A_{\Gamma} / t = UI$ .

Работой источника с эдс  $\mathcal{E}$  при прохождении через него заряда  $q$  называется работа сторонних сил над зарядом  $q$ :  $A_{\text{ист}} = \pm q \mathcal{E}$ .

Если заряд переносится постоянным током  $I$ , то  $A_{\text{ист}} = \pm \mathcal{E} I t$ .

Когда заряд (ток) через источник идет в направлении действия сторонних сил, то работа источника положительна (он отдает энергию). Аккумулятор в таком режиме разряжается. При обратном направлении тока работа источника отрицательна (он поглощает энергию). В этом режиме аккумулятор заряжается, запасая энергию. Мощность источника

$$P_{\text{ист}} = A_{\text{ист}} / t = \pm \mathcal{E} I.$$

Для участка цепи 1-2, содержащего эдс (источник), работа тока  $A_{\Gamma}$ , работа источника  $A_{\text{ист}}$  и выделяемое количество теплоты  $W$  связаны уравнением закона сохранения энергии:  $A_{\Gamma} + A_{\text{ист}} = W$ .

Для участка цепи без эдс  $A_{\text{ист}} = 0$ ,  $A_{\Gamma} = W$  и количество теплоты равно работе тока. В этом случае количество теплоты можно выразить, используя закон Ома  $I = U / R$ , через любые две из трех величин:  $I$ ,  $U$  и  $R$ :

$$W = A_{\Gamma} = I^2 R t = UI t = \frac{U^2}{R} t.$$

Аналогичное соотношение и для мощностей:  $P_{\Gamma} = I^2 R = UI = \frac{U^2}{R}$ .

**Задача 19.1.** Найти количество теплоты, выделяющееся на внутреннем сопротивлении каждого аккумулятора и на резисторе  $R$  за время  $t = 10$  с в схеме на рис. 17.1. Какие работы совершают аккумуляторы за это время?  $\mathcal{E}_1 = 12$  В,  $\mathcal{E}_2 = 3$  В,  $r_1 = 1$  Ом,  $r_2 = 2$  Ом,  $R = 6$  Ом.

**Решение.** Ток  $I = (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)/(R + r_1 + r_2) = 1$  А. Количество теплоты на аккумуляторах и на резисторе

$$W_1 = I^2 r_1 t = 10 \text{ Дж}, \quad W_2 = I^2 r_2 t = 20 \text{ Дж}, \quad W = I^2 R t = 60 \text{ Дж}.$$

Направление действия эдс первого аккумулятора совпадает с направлением тока, он разряжается, его работа положительна:  $A_1 = \mathcal{E}_1 I t = 120$  Дж. Эдс второго аккумулятора направлена против тока, он заряжается поглощая энергию, его работа отрицательна:  $A_2 = -\mathcal{E}_2 I t = -30$  Дж.

Заметим, что  $A_1 + A_2 = W_1 + W_2 + W$ , что согласуется с законом сохранения энергии.

**Задача 19.2.** Конденсатор емкости  $C$ , заряженный до напряжения  $\mathcal{E}$ , подключается к батарее с эдс  $3\mathcal{E}$  (рис. 19.1). Какое количество теплоты выделится в цепи после замыкания ключа?

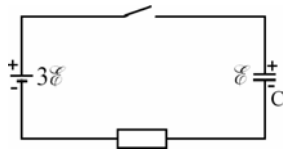


Рис. 19.1

**Решение.** После замыкания ключа ток в цепи скачком достигает некоторого значения и затем спадает до нуля, пока конденсатор не зарядится до напряжения  $3\mathcal{E}$ . Энергия конденсатора увеличится на  $\Delta W_C = C(3\mathcal{E})^2/2 - C\mathcal{E}^2/2 = 4C\mathcal{E}^2$ . Через батарею пройдет заряд  $Q$ , равный изменению заряда на верхней обкладке конденсатора:  $\Delta q = 3C\mathcal{E} - C\mathcal{E} = 2C\mathcal{E}$ . Работа батареи  $A = \Delta q 3\mathcal{E} = 6C\mathcal{E}^2$ . По закону сохранения энергии  $A = \Delta W_C + W$ . В цепи выделится количество теплоты  $W = A - \Delta W_C = 2C\mathcal{E}^2$ .

#### Контрольные вопросы

1. По какой причине силовые линии электрического поля не могут пересекаться?
2. В двух противоположных вершинах квадрата со стороной  $a = 1$  м расположены точечные заряды  $Q_1 = 1,6 \cdot 10^{-7}$  Кл и  $Q_2 = -1,2 \cdot 10^{-7}$  Кл. Найти напряженность (по модулю) и потенциал электростатического поля в двух других вершинах.
3. По сфере радиусом  $R$  распределен равномерно заряд  $-9Q < 0$ . В центре сферы находится заряд  $2Q > 0$ . Найти напряженности  $E_1$  и  $E_2$  с указанием направления и потенциалы на расстояниях  $R/3$  и  $4R$  от центра сферы.
4. Сравнить (больше, меньше или равны) силы взаимодействия двух точечных зарядов  $Q$  и  $-8Q (Q > 0)$ , находящихся на расстоянии  $R$  друг от друга, и

двух проводящих шаров с радиусами  $2R/3$  и  $R/7$  и зарядами  $Q$  и  $-8Q$ . Расстояние между центрами шаров  $R$ .

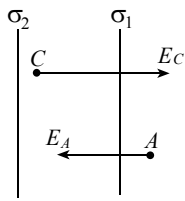


Рис. 20.1

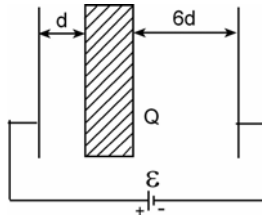


Рис. 20.2

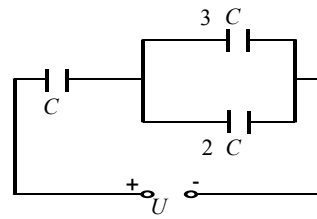


Рис. 20.3

5. Равномерно заряженные пластины параллельны и находятся на расстоянии друг от друга, много меньшем их размеров. Найти плотности зарядов  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  на пластинах, зная, что напряженности поля в точках  $A$  и  $C$  вблизи пластин  $E_A = 2000$  Н/Кл,  $E_C = 6000$  Н/Кл (рис. 20.1).
6. Можно или нет утверждать, что силовые линии неоднородного электростатического поля совпадают с траекториями электрона, помещенного в поле на эти силовые линии и отпущенного без начальной скорости?
7. Электрон при движении в неоднородном электростатическом поле по участку криволинейной траектории между точками  $A$  и  $B$  уменьшил свою скорость с  $v_A = 8000$  км/с до  $v_B = 2000$  км/с. Найти разность потенциалов  $\phi_A - \phi_B$  между точками  $A$  и  $B$ .
8. В двух наиболее удаленных вершинах ромба закреплены точечные заряды  $Q$  и  $2Q$ . Длины диагоналей ромба  $a$  и  $2a$ . Какую минимальную работу надо совершить, чтобы переместить точечный заряд  $4Q$  из третьей вершины ромба в его центр?
9. Проводящий полый шар с радиусами сферических поверхностей  $R$  и  $4R$  имеет заряд  $6Q$  ( $Q > 0$ ). В центре полого шара находится точечный заряд  $Q$ . Найти напряженность и потенциал электрического поля в точках  $A$  и  $C$  на расстояниях  $R/4$  и  $6R$  от центра шара. Найти потенциал полого шара.
10. Точечный заряд  $Q > 0$  находится в центре полого шара из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Радиусы сферических поверхностей полого шара  $R$  и  $7R$ . Найти напряженность электрического поля на расстояниях  $R/2$ ,  $4R$  и  $9R$  от центра шара.
11. Решить задачу 10.1 Задания, когда расстояние между обкладками равно  $6d$ , а не  $3d$ .
12. Ответить на предыдущий контрольный вопрос, заменив пластину из диэлектрика на проводящую пластину.
13. В плоский конденсатор вставлена параллельно его обкладкам плоская проводящая пластина с зарядом  $Q$  (рис. 20.2). Конденсатор подсоединен к источ-

нику с эдс  $\mathcal{E}$ . Площади пластины и обкладок конденсатора равны  $S$  каждая. Расстояния от пластины до обкладок  $d$  и  $6d$ . Найти заряды обкладок.

14. Три конденсатора с емкостями  $C$ ,  $4C$  и  $8C$  соединены последовательно и подключены к источнику с эдс  $\mathcal{E} = 22\text{В}$ . Найти напряжение на каждом конденсаторе.

15. Как и во сколько раз изменится заряд конденсатора емкостью  $C$  (рис. 20.3) после пробоя (между обкладками появилось конечное сопротивление) конденсатора емкостью  $3C$ ?

16. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C$  заряжен до напряжения  $U$  и отсоединен от источника. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы раздвинуть обкладки конденсатора, увеличив расстояние между ними в 9 раз?

17. На участке цепи 1-2 (рис. 20.4) ток  $I = 0,3\text{ А}$ , эдс  $\mathcal{E} = 12\text{ В}$ , сопротивление участка  $R = 10\text{ Ом}$ . Найти на участке 1-2 падение напряжения и напряжение (разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ ) для случаев, когда ток идет от 1 к 2 и от 2 к 1.

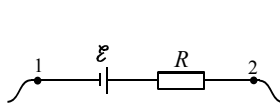


Рис. 20.4

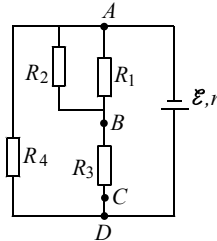


Рис. 20.5

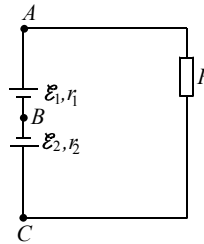


Рис. 20.6

18. В схеме на рис. 20.5  $R_1 = 8\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 12\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 1,2\text{ Ом}$ ,  $R_4 = 14\text{ Ом}$ ,  $\mathcal{E} = 6\text{ В}$ ,  $r = 1,8\text{ Ом}$ . Найти ток  $I_2$  через резистор  $R_2$ .

19. В схеме на рис. 20.6  $\mathcal{E}_1 = 13\text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 9\text{ В}$ ,  $r_1 = 2\text{ Ом}$ ,  $r_2 = 1\text{ Ом}$ ,  $R = 5\text{ Ом}$ . Найти напряжения на зажимах источников, т. е. разности потенциалов  $\varphi_A - \varphi_B$  и  $\varphi_B - \varphi_C$ .

20. Найти ток через резистор с сопротивлением  $R$  в схеме на рис. 20.7.

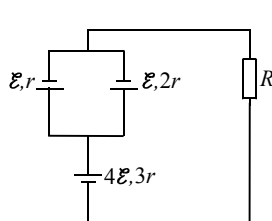


Рис. 20.7

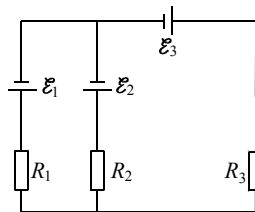


Рис. 20.8

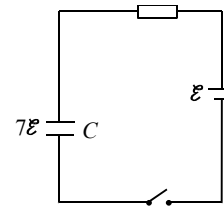


Рис. 20.9

21. Найти силы тока (с указанием направления) во всех участках цепи в схеме на рис. 20.8.  $\mathcal{E}_1 = 5\text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 3\text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_3 = 1\text{ В}$ ,  $R_1 = 8\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 16\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 8\text{ Ом}$ . Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

22. Какое количество теплоты выделится за  $t = 10\text{ с}$  на внутреннем сопротивлении каждого аккумулятора и резисторе  $R$  (по отдельности) в схеме на рис. 20.6?  $\mathcal{E}_1 = 13\text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 9\text{ В}$ ,  $r_1 = 2\text{ Ом}$ ,  $r_2 = 1\text{ Ом}$ ,  $R = 5\text{ Ом}$ .

23. К батарее с эдс  $\mathcal{E}$  подключен конденсатор емкостью  $C$ , заряженный до напряжения  $7\mathcal{E}$  (рис. 20.9). Какое количество теплоты выделится в цепи после замыкания ключа?

### Задачи

1. Три тонкие незаряженные металлические пластины площадью  $S$  каждая расположены так, что расстояние между соседними пластинами  $d$ . При этом  $d$  много меньше размеров пластин. К пластинам 2 и 3 подсоединили батарею с эдс  $\mathcal{E}$  (рис. 21.1). Пластины 1 и 2 через ключ  $K$  можно подсоединить к батарее с эдс  $\mathcal{E}$ . Пластине 1 сообщили заряд  $q_0$  и замкнули ключ  $K$ .

1) Определить установившийся заряд пластины 3 до сообщения пластине 1 заряда  $q_0$ .

2) Определить установившийся заряд пластины 3 после замыкания ключа  $K$ . (МФТИ, 1998).

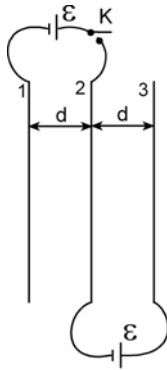


Рис. 21.1

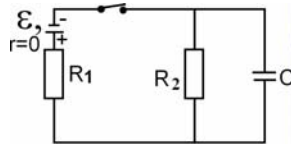


Рис. 21.2

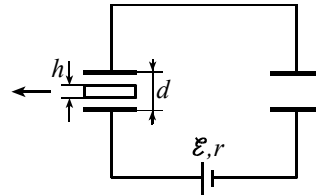


Рис. 21.3

2. Какое количество теплоты выделится в схеме, изображенной на рис. 21.2, после размыкания ключа? Величины  $C$ ,  $\mathcal{E}$ ,  $R_1$  и  $R_2$  считать известными. (МФТИ, 1995).

3. Два одинаковых плоских конденсатора с расстоянием между обкладками  $d$  подключены к батарее с постоянной эдс  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$  (рис. 21.3). В левом конденсаторе расположена диэлектрическая пластина толщиной  $h$  ( $h < d$ ) с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . После установ-



ления стационарного состояния пластину быстро выдвигают из конденсатора так, что заряды на обкладках этого конденсатора не успевают измениться. Определить величину и направление тока через батарею сразу после удаления пластины.