

**Федеральное агентство по образованию
Федеральная заочная физико-техническая школа
при Московском физико – техническом институте
(государственном университете)**

МАТЕМАТИКА

**Последовательности. Предел последовательности.
Предел функции. Производная**

Задание №6 для 10-х классов

(2004-2005 учебный год)



г. Долгопрудный, 2005

Составитель: С.И. Колесникова, старший преподаватель кафедры высшей математики МФТИ.

математика: задание №6 для 10-х классов (2004-2005 учебный год). - М.: МФТИ, 2005, 32с.

Составитель:

Колесникова Софья Ильинична

Изд. лиц. №040060 от 21.08.96г. Подписано 15.03.05

Формат 60x90 1/16. Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,43

Уч.-изд. л.1,26. Тираж 2200. Заказ №6-з.

Заочная физико-техническая школа
Московский физико-технический институт
(государственный университет)
«ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»

141700, Москов. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
ЗФТШ при МФТИ, тел./факс (095) 408-5145 – **заочное отделение**
тел./факс (095) 485-4227 – **очно-заочное отделение**
тел.409-9583 – **очное отделение**

E.mail: zftsh@pop3.mipt.ru

Наш сайт: www.school.mipt.ru

© Московский физико-технический институт
(государственный университет), 2005
© ЗФТШ при МФТИ, 2005
© Колесникова С.И., 2005

Контрольные вопросы

1(2). График производной функции $y = f'(x)$ изображен на рис. 1. Укажите точку максимума функции.

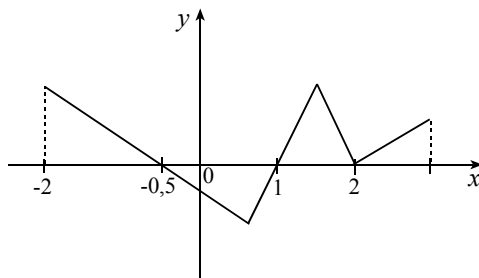


Рис. 1

2(2). График производной функции $y = f'(x)$ изображен на рис. 2. Укажите точку минимума функции.

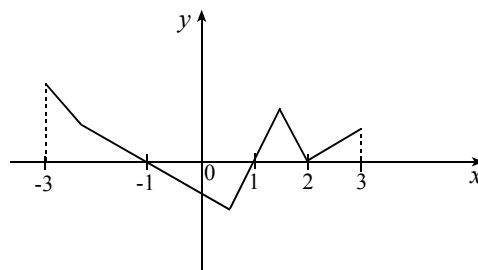


Рис. 2

3(2). Функция $y = f(x)$ непрерывна на интервале $(a; b)$. График ее производной изображен на рис. 3. Сколько точек максимума имеет функция на интервале $(a; b)$?

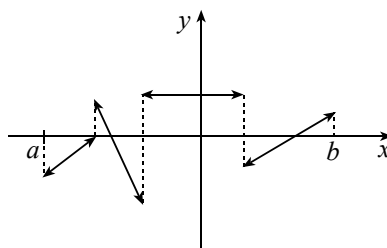


Рис. 3

4(2). Функция $y = f(x)$ непрерывна на интервале $(a; b)$ (рис. 4). Сколько точек минимума имеет функция на интервале $(a; b)$?

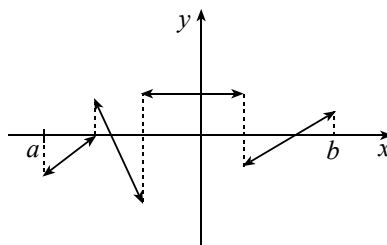


Рис. 4

5(3). Найдите промежутки убывания и возрастания функции $y = x^4 - x^3$.

6(3). Найдите промежутки возрастания функции

$$f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 1.$$

7(3). Найдите наибольшее целое число a , при котором функция

$$y(x) = -x^3 + \frac{ax^2}{2} - 12x + 2 \text{ убывает на всей числовой прямой.}$$

8(3). Найдите максимум функции $y = \frac{3x^4}{2} - 2x^3 - 6x^2 + 7$.

9(3). Укажите промежутки возрастания функции $y = -x^3 - \frac{12}{x} + 9x$.

10(3). Укажите промежутки возрастания функции

$$y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x - 17.$$

11(2). Пусть функция определена на отрезке $[a; b]$. Всегда ли функция имеет на этом отрезке максимальное и минимальное значение? Приведите примеры.

12(4). Сколько решений имеет уравнение $3t^3 - 6t^2 - 5t - p + 10 = 0$ при различных значениях параметра p ?

13(4). Сколько решений имеет уравнение $3t^3 - 3t^2 - 8t - p + 8 = 0$ при различных значениях параметра p ?

14(4). Сколько решений имеет уравнение $2t^3 + 7t + 6t^2 + p = 0$ при различных значениях параметра p ?

Задачи

1(3). Рассматриваются всевозможные геометрические прогрессии, у каждой из которых третий член равен 8, а сумма первого и второго членов равна целому числу, кратному 5, и не превосходит 500, а знаменатель больше 0 и меньше 1. Укажите знаменатели всех таких прогрессий.

2(3). (МГУ, 2001, химфак) Последовательность чисел a_1, a_2, \dots устроена следующим образом: каждое последующее число равно утроенной сумме предыдущих чисел, т. е. $a_2 = 3a_1, a_3 = 3(a_1 + a_2)$ и т. д. Найдите произведение всех чисел от a_1 до a_{2001} .

3(3). (МГУ, 2001, химфак) Функция $f(x)$ для всех удовлетворяет уравнению $f(x+1) = f(x) + 2x + 1$. Найдите $f(2001)$, если $f(0) = 0$.

4(2). Найдите множество значений функции

$$y = \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + 4\sqrt{x} \right) \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right).$$

5(2). Найдите точку минимума функции $f(x) = \sqrt{2x^2 + x + 2}$.

6(2). Найти наибольшее значение функции $f(x) = 2 \cos 2x - 4 \sin x + 4$.

Вычислить пределы:

7(1). $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3n^2 - 4n} - \sqrt{(n-1)(3n+4)} \right).$

8(2). $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 17n + \frac{8}{n}}{11n^2 + 14n - \frac{7}{n}}.$

9(2). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 13x}{\sin 17x}.$

10(2). $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{3x^2 - 4x} - \sqrt{(x-1)(3x+4)} \right).$

Постройте графики функций:

11(3). $y = x - \frac{3}{x}.$

12(3). $y = \frac{3x^2 - 4x}{x + 1}.$

13(3). $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}.$