

**Федеральное агентство по образованию
Федеральная заочная физико-техническая школа
при Московском физико – техническом институте
(государственном университете)**

ФИЗИКА

**Физическая оптика.
Элементы квантовой физики**

Задание №6 для 11-х классов

(2004-2005 учебный год)



г. Долгопрудный, 2005

Составитель: В.П. Слободянин, доцент кафедры общей физики МФТИ.

Физика: задание №6 для 11-х классов (2004-2005 учебный год).-М.: МФТИ, 2005.31с.

Дата отправления заданий по физике и математике – 6 апреля 2005г.

Составитель:

Слободянин Валерий Павлович

Изд. лиц. №040060 от 21.08.96г. Подписано 28.02.05

Формат 60x90 1/16. Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,5

Уч.-изд. л. 1,33. Тираж 1900. Заказ №4-з.

Заочная физико-техническая школа
Московский физико-технический институт
(государственный университет)
«ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»

141700, Москов. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
ЗФТШ при МФТИ, тел/факс (095) 408-5145 – **заочное отделение**
тел./факс (095) 485-4227 – **очно-заочное отделение**
тел.409-9583 – **очное отделение**

E.mail: zftsh@pop3.mipt.ru

Наш сайт: www.school.mipt.ru

© Московский физико-технический институт
(государственный университет), 2005
© ЗФТШ при МФТИ, 2005
© Слободянин В.П, 2005

ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

§ 1. Введение

В 1993 году на вступительных экзаменах в МФТИ абитуриентам была предложена следующая задача.

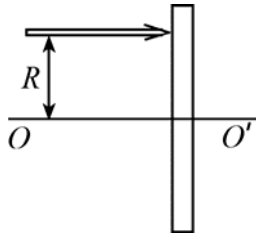


Рис. 1.1

Задача 1. На стеклянную плоскопараллельную пластинку толщиной $H = 3$ мм падает узкий пучок монохроматического света (рис. 1.1). Пучок параллелен оптической оси OO' , которая перпендикулярна пластинке и проходит через ее центр. Расстояние между пучком и осью OO' равно $R = 3$ см. Показатель преломления стекла для падающего на пластинку света имеет радиальную зависимость:

$$n(r) = n_0 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right], \quad (1.1)$$

где n_0 и r_0 – постоянные ($n_0 = 1,5$, $r_0 = 9$ см). Определить угол между выходящим пучком и осью OO' . (МФТИ, 1993)

Большая часть абитуриентов при решении этой задачи рассуждала примерно так: «Выделим небольшой участок пластинки в окрестности вошедшего в нее светового пучка. Пластинку можно рассматривать как слоистую среду с показателем преломления, медленно меняющимся от слоя к слою. Поскольку световые лучи параллельны, то вдоль пути любого из лучей показатель преломления не меняется, а следовательно, не отклоняется и луч».

Увы! Эти рассуждения ошибочны.

В данной задаче мы столкнулись с ситуацией, когда понятие светового луча в той формулировке, которую мы дали в предыдущем задании, требует уточнения.

Оказывается, свет имеет *двойственную* природу. Его можно рассматривать не только как поток частиц (фотонов), но и как систему распространяющихся *электромагнитных волн*. Для видимого света частота изменения поля в такой волне лежит в пределах от $0,38 \cdot 10^{15}$ Гц до $0,86 \cdot 10^{15}$ Гц.

При переходе света из воздуха в стекло происходит изменение длины световой волны (волновое возмущение). Назовем границу волнового возмущения *волновым фронтом* (ВФ). Согласно принципу Гюйгенса, каждая точка ВФ сама становится источником сферической волны. Эти вновь образовавшиеся волны называются вторичными или элементарными. Огибающая, проведенная по границе вторичных волн, дает новое положение ВФ. Таким образом, можно воспроизводить ВФ в самых удаленных точках пространства. В любой точке ВФ можно построить нормаль к нему. Она-то (нормаль) и является образом *светового луча*, моделью, позволяющей следить за распространением участка ВФ.

Решение. До известной степени можно следовать логике абитуриентов, приведенной на стр. 3. Допустим, что в пластинке лучи 1 и 2 распространяются параллельно главной оптической оси. На прохождение сквозь нее лучом потребуется время $t_1 = H/v_1 = Hn_1/c$ и $t_2 = Hn_2/c$ соответственно.

Поскольку $n_2 > n_1$, то $t_2 > t_1$. Значит, в то время $\Delta t = t_2 - t_1$, которое луч 2 будет заканчивать свой путь в пластинке, луч

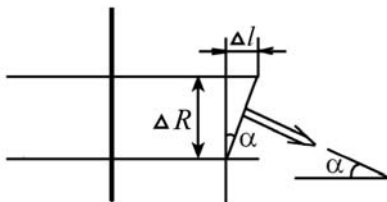


Рис. 1.2

пойдет в воздухе расстояние

$$\Delta l = c\Delta t = H(n_2 - n_1) \cong H \left(\frac{dn}{dr} \right)_{r=R} \Delta R, \quad (1.2)$$

где Δr – ширина светового пучка.

Теперь пора вспомнить об определении волнового фронта. На выходе из пластинки он отклонится вниз, к главной оптической оси, на угол $\alpha \approx \frac{\Delta l}{\Delta r}$ (см. рис. 1.2). С учетом (1.2) получим

$$\alpha = H \left(\frac{dn}{dr} \right)_{r=R} = 2n_0 H \frac{R}{r_0^2} \approx \frac{1}{30} \text{ рад}.$$

В заключении введения обсудим границы применимости приближения геометрической оптики. В ряде учебников в качестве условия применимости этого приближения приводят неравенство:

$$D \gg \lambda, \quad (1.3)$$

где D – характерный поперечный размер оптических элементов, λ – длина волны. Рассмотрим простейший случай. Пусть на диафрагму диаметра D падает плоская волна монохроматического излучения с длиной волны λ . В этом случае за диафрагмой волна станет расходящейся из-за дифракции на диафрагме, причем угол расходимости

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D}. \quad (1.5)$$

Введем расстояние r_0 так, что

$$r_0 \cdot \theta = D. \quad (1.6)$$

На этом расстоянии за диафрагмой ширина пучка удвоится. Из (1.5) и (1.6) следует:

$$r_0 = \frac{D^2}{\lambda}. \quad (1.7)$$

На расстоянии $r > r_0$ приближение геометрической оптики заведомо не работает. В случае если $r \ll r_0$ – этим приближением можно пользоваться.

§ 2. Плоские и сферические волны

Рассмотрим плоскую синусоидальную волну, проходящую через фиксированную точку пространства. Пусть $A(t)$ – текущее отклонение высоты волны от ее среднего значения. Эта величина может быть описана с помощью уравнения

$$A(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (2.1)$$

где A_0 – амплитуда волны, φ_0 – ее фаза, соответствующая началу отсчета времени t , а ω – круговая частота, связанная с обычной (циклической) частотой f соотношением $\omega = 2\pi f$.

Если бы в некий момент времени t_1 удалось остановить волну («вморозить» ее в пространство), то в каждой фиксированной точке пространства отклонение волны A от среднего уровня стало бы постоянным, но изменялась бы при переходе от одной точки пространства к другой.

Предположим для определенности, что исследуемая нами электромагнитная волна распространяется вдоль оси x . Тогда, смещаясь в положительном направлении оси x вдоль «замороженной» волны, мы обнаружим закономерность изменения высоты волны:

$$A(x) = A_0 \sin(\omega t_1 \varphi_0 - kx), \quad (2.2)$$

где $k = 2\pi / \lambda$ – пространственная частота (часто параметр k называют волновым числом), λ – длина волны, а kx – набег фазы на длине x .

«Разморозим» волну. Для произвольной точки оси x и произвольного момента времени t высота волны будет определяться уравнением

$$A(x, t) = A_0 \sin(\omega t - kx + \varphi_0). \quad (2.3)$$

Математическое представление сферической волны отличается от такового для плоской тем, что у сферической волны амплитуда зависит от расстояния до

источника самой этой волны: $A(r) = \frac{C}{r}$, где r – расстояние от источника до точки наблюдения, а C – постоянная величина, определяемая из начальных условий задачи.

Следует также иметь в виду, что соответствующим выбором начала отсчета времени можно избавиться от начальной фазы φ_0 или в уравнении (2.3) перейти от функции \sin к функции \cos .

С учетом сказанного выше уточним понятие волнового фронта (ВФ) и дадим его строгое определение.

Волновым фронтом называется воображаемая поверхность, во всех точках которой волна имеет в фиксированный момент времени одинаковую фазу.

§ 3. Сложение амплитуд колебаний одной частоты

Мы не станем решать задачу о сложении колебаний в общем виде, а рассмотрим лишь один частный случай, когда суммируемые волны распространяются вдоль общей оси и имеют одинаковые амплитуды. Кроме того, будем считать, что точка наблюдения и источники обеих волн неподвижны или, по крайней мере, скорость их движения много меньше скорости распространения самих волн. Тогда слагаемые $\varphi_0 - kx$ в выражении (2.3) можно заменить новыми значениями фазы. При этом амплитуда суммарной волны будет равна

$$A_{\text{общ}}(t) = A \sin(\omega t + \varphi_1) + A \sin(\omega t + \varphi_2).$$

По известной из тригонометрии формуле для суммы синусов получим:

$$A_{\text{общ}}(t) = 2A \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right). \quad (3.1)$$

Легко видеть, что амплитуда результирующей волны определяется следующим образом:

$$A_0 = 2A \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right), \quad (3.2)$$

и в зависимости от разности фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ может изменяться в пределах от нуля до $2A$.

Хорошенько запомните формулу (3.2). Ее важность вы по достоинству оцените при решении задач этого задания.

Задача 2. Для уменьшения доли отраженного света от поверхности стекла на нее наносят тонкую пленку, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла (т.н. просветление оптики). Пусть на стекло падает излучение двух длин волн с $\lambda_1 = 700$ нм и $\lambda_2 = 420$ нм. Какой наименьшей толщины h пленку с показателем преломления $n = 4/3$ надо нанести на поверхность стекла, чтобы при падении (нормально к поверхности) лучей, отраженный свет был максимально ослаблен для обеих длин волн?

Решение. Согласно формуле (3.2), амплитуда отраженного сигнала будет минимальной, если для лучей, отраженных от верхней и от нижней поверхностей пленки, будет выполняться соотношение

$$2A \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) = 0,$$

что эквивалентно условию $\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \frac{\pi}{2} + m\pi$, где m – целое число.

Разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1 = kx$ (см. комментарий к формуле (2.2)). В данном случае $x = 2h$ (ход волн сквозь пластинку туда и обратно).

Так как падающий свет состоит из излучения на двух длинах волн, необходимо погасить обе отраженные волны.

$$\begin{cases} k_1 h = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{стекло}}} = \frac{\pi}{2} + m_1 \pi, \lambda_{\text{стекло}} = \frac{\lambda_1}{n}, \\ k_2 h = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{стекло}}} = \frac{\pi}{2} + m_2 \pi, \lambda_{\text{стекло}} = \frac{\lambda_2}{n}. \end{cases} \quad (3.3)$$

Решая эту систему, получим:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{m_2 + 0,5}{m_1 + 0,5}. \quad (3.4)$$

С другой стороны,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{700 \text{ нм}}{420 \text{ нм}} = \frac{5}{3}. \quad (3.5)$$

Из (3.4) и (3.5) следует $5m_1 + 1 = 3m_2$. Наименьшие m_1 и m_2 , для которых выполняется это равенство, таковы: $m_1 = 1$, $m_2 = 2$. Отсюда находим h (можно использовать любое из двух уравнений системы (3.3)):

$$h \approx 394 \text{ нм}.$$

§ 4. Интерференция волн

Определение. Под *интерференцией* волн понимают взаимное усиление или ослабление двух (или большего числа) волн при их одновременном распространении в пространстве. В самом деле, при наложении волн их общая амплитуда определяется формулой (3.2), а интенсивность суммарной волны пропорциональна квадрату амплитуды ($I \sim A^2$) и не равна сумме интенсивностей исходных волн. Этот результат противоречит постулату №3 геометрической оптики. Более того, в физической (волновой) оптике не выполняется и постулат №1 (стр. 3 задания 5).

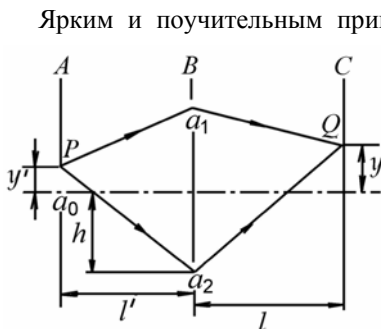


Рис. 4.1

Ярким и поучительным примером интерференции волн может служить *опыт Юнга*. На примере этого опыта становится ясно, почему так сложно обнаружить интерференцию световых волн в обычных жизненных ситуациях. Схема опыта приведена на рис. 4.1. Свет от монохроматического источника освещает щель a_0 на экране A . Длинная сторона щели перпендикулярна плоскости рисунка. Интерференционная картина наблюдается на экране C .

Между точками A и C расположен экран

B с двумя щелями a_1 и a_2 , параллельными щели a_0 и симметрично отстоящими от оси системы на расстояние h . Расстояние между экранами A и B равно l' , а между B и C – l . Рассмотрим, что будет происходить со световыми волнами в этой установке. Возьмем какую-либо точку P щели на экране A , находящуюся на расстоянии y' от оси установки. Посмотрим, какое возмущение создает свет, исходящий из точки P в некоторой точке Q экрана C , находящейся на расстоянии y от оси системы. *Разность хода* ΔS в лучах света, пришедших в точку Q через щели a_1 и a_2 , равна

$$\Delta S = (Pa_2 + a_2Q) - (Pa_1 + a_1Q).$$

Как нетрудно убедиться,

$$(Pa_1)^2 = l'^2 + (h - y')^2, \quad (Pa_2)^2 = l'^2 + (h + y')^2.$$

Отсюда

$$(Pa_2)^2 - (Pa_1)^2 = 4hy' \quad \text{или} \quad (Pa_2 + Pa_1)(Pa_2 - Pa_1) = 4hy'.$$

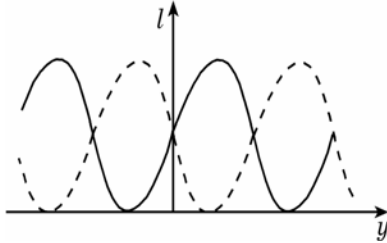
Если мы предположим, что $y' \ll l'$ и $h \ll l'$, а правомерность такого предположения (и с большим запасом) будет очевидна из дальнейшего, то первую

сумму в последнем равенстве мы смело можем положить равной $2l'$. Тогда $(Pa_2 - Pa_1) = 2hy'/l'$. Аналогично найдем и $(a_2Q - a_1Q)$.

$$\Rightarrow \Delta S = \frac{2hy'}{l'} + \frac{2hy}{l}. \quad (4.1)$$

В точке Q будет наблюдаться максимум интерференционной картины, если разность хода ΔS составляет целое число длин волн (см. формулу (3.2)). Минимум интерференционной картины будет наблюдаться тогда, когда эта разность равна

$(2m + 1)\frac{\lambda}{2}$, где m – любое целое число, включая и 0.



Если мы будем перемещать по экрану C точку наблюдения Q (при неизменном положении P), то получим картину освещенности на экране C примерно такого вида, как показано сплошной кривой на рис. 4.2. То есть на

Рис. 4.2

экране C будет наблюдаться система равноотстоящих друг от друга

(эквидистантных) полос. Расстояние d между этими полосами найдем из (4.1):

$$\lambda = \frac{2hd}{l} \Rightarrow d = \frac{l\lambda}{2h}. \quad (4.2)$$

Формула (4.2) может быть представлена в виде

$$d = \frac{\lambda}{\Omega}, \quad (4.3)$$

где Ω – угол, под которым из точки экрана, в которой наблюдается интерференция, видны источники интерференционного излучения. В опыте Юнга под таким углом видны отверстия в экране B из центральной точки экрана C :

$$\Omega = \frac{2h}{l}.$$

Посмотрим, что произойдет с этой картиной, если мы сместим точку P на некоторое расстояние $\delta y'$. Как нетрудно видеть из (4.1), соответствующая точка картинки (т.е. точка, для которой разность хода ΔS остается неизменной) сместится на расстояние δy , определяемое соотношением

$$\frac{\delta y'}{l'} = -\frac{\delta y}{l}.$$

В частности, для того, чтобы на экране C точка максимума интенсивности (см. рис. 4.2) оказалась на месте минимума, т.е. на расстоянии $\delta y = \frac{\lambda l}{4h}$, нужно

сместить точку P на расстояние

$$\delta y' = -\frac{l'}{l} \delta y = -\frac{l'\lambda}{4h} = \Delta. \quad (4.4)$$

Из (4.2) и (4.4) следует, что если щель на экране A будет иметь ширину ну $D \geq \Delta$, то на экране C каждая точка входной щели даст свою интерференционную картину, и все они разместятся между сплошной и пунктирной линиями (см. рис. 4.2). Таким образом, на экране C вместо интерференционной картины появится область с равномерной засветкой. Следовательно, максимальная ширина входной щели, при которой исчезает интерференционная картина, тем больше, чем меньше расстояние между щелями на экране B и чем больше расстояние между экранами.

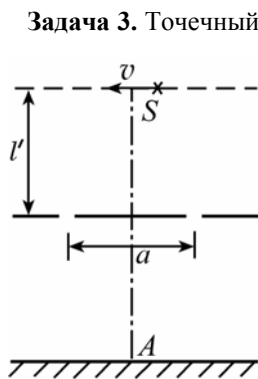
Сделаем некоторые оценки. Для видимого света с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см положим $l = l' = 2$ м, а $2h = 1$ мм. Тогда $\Delta = 5 \cdot 10^{-2}$ см = 0,5 мм. То есть при вполне приличных размерах всей установки (порядка 4 метров) и минимальном

расстоянии между щелями на экране B порядка 1 миллиметра (сами щели, естественно, еще меньше), интерференционная картина исчезает уже при размерах щели на экране A приблизительно равных 0,5 мм. Кроме того, приведенные оценки убеждают нас в правомочности использованного приближения $Pa_1 + Pa_2 = 2l$.

Предложенные выше оценки помогают понять, почему в обычных условиях так нелегко наблюдать интерференционные явления. Но и это еще не все. Масштаб «гребенки» интерференционных полос на рис. 4.2 определяется при прочих равных условиях длиной волны света. Но если источник света *не* строго *монохроматичен*, то для разных длин волн масштабы этих «гребенок» будут различны, и рано или поздно максимум интерференционной картины для одной длины волны придется на минимум другой. А это означает, что в этом месте интерференционная картина исчезает.

Полученные результаты легко обобщить на любые другие двухлучевые интерференционные установки.

В качестве иллюстрации рассмотрим следующую задачу.



Задача 3. Точечный монохроматический источник света S равномерно движется параллельно плоскости, в которой имеются два маленьких отверстия на расстоянии a друг от друга; расстояние от траектории источника до плоскости равно l' (рис. 4.3). Приемник света A расположен на оси системы и регистрирует периодически изменяющуюся освещенность. Определите скорость v движения источника S , если частота колебаний интенсивности $f = 15$ Гц. Длина волны $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м, $a = 2$ мм, $l' = 1$ м. Во время измерения источник движется вблизи оси системы.

Рис. 4.3 (МФТИ, 1981)

Решение. Период T колебаний интенсивности света в приемнике A равен $T = 1/f$. За время T источник S сместится на расстояние $\delta y' = vT$. При этом интерференционная картина сдвинется на ширину одной полосы, т.е. на величину $\delta y = d$. Согласно (4.4) $d = \lambda/\Omega$. Если через l обозначить расстояние от плоскости до приемника, то $\Omega = a/l$. Таким образом, используя (4.3), получим

$$vT = -\frac{l' \lambda}{l \Omega} = -\frac{l' \lambda l}{l a} = -\frac{l' \lambda}{a}.$$

Откуда $v = -\frac{l' \lambda f}{a}$.

Знак «минус» указывает на то, что интерференционная картина смещается в сторону, противоположную направлению движения источника S . Модуль скорости v равен $|v| = 4,5 \cdot 10^{-3}$ м/с.

Задача 4. Интерферометр Рэлея используется для точного измерения зависимости показателя преломления газов от давления по смещению интерференционной картины. Для этого на пути одного из интерференционных лучей ставится кювета Γ прямоугольной формы длиной $L = 10$ см с исследуемым газом (рис. 4.4), а на пути другого – стеклянный компенсатор K , с помощью которого добиваются, чтобы в центре интерференционной картины разность хода между интерферирующими лучами равнялась нулю. Какое минимальное изменение показателя преломления Δn можно измерить в таком приборе? Считать, что минимальное надежно регистрируемое смещение интерференционной картины в плоскости наблюдения P соот-

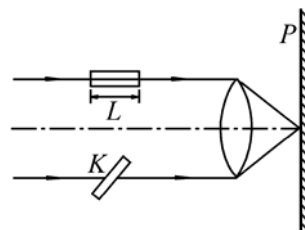


Рис. 4.4

ветствует появлению на месте центрального максимума первого минимума. Наблюдение ведется на длине волны $\lambda = 0,6$ мкм. (МФТИ, 1991)

Решение. Изменение фазы луча, на пути которого стоит кювета, равно

$$\Delta\varphi = \Delta n L k .$$

Условие появления на месте центрального максимума первого минимума, согласно (3.2), есть

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi$$

или

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta n L = \pi \Rightarrow \Delta n = \frac{\lambda}{2L} \Rightarrow \Delta n = \frac{0,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{2 \cdot 0,1 \text{ м}} = 3 \cdot 10^{-6} .$$

ЭЛЕМЕНТЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДИНАМИКИ

§ 5. Введение

К началу XX века накопилось большое количество экспериментальных данных о величине скорости света, и эти данные подвели ученых к неожиданному заключению:

ВО ВСЕХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

СКОРОСТЬ СВЕТА В ВАКУУМЕ ОДИНАКОВА. (I)

После этого еще в течении нескольких десятилетий экспериментаторы совершенствовали технику и методику измерений, получая значение скорости света со все большей точностью. Наконец в 1983 году на заседании Генеральной конференции по мерам и весам было принято решение считать величину скорости света «*c*» в вакууме равной 299792458 м/с точно.

Заключение (I) поставило перед научным миром массу задач. В ходе их разрешения была создана новая теория – *специальная теория относительности*, или сокращенно СТО.

В фундаменте СТО лежат два принципа: 1) принцип постоянства скорости света (I); 2) принцип относительности (II). Современная трактовка принципа относительности такова:

ЗАКОНЫ ПРИРОДЫ, ПО КОТОРЫМ ИЗМЕНЯЮТСЯ

СОСТОЯНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ,
НЕ ЗАВИСЯТ ОТ ТОГО, К КАКОЙ
ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА
ОТНОСЯТСЯ ЭТИ ИЗМЕНЕНИЯ. (II)

§ 6. Основное соотношение релятивистской динамики

Поскольку скорость света постоянна в любой инерциальной системе отсчета (ИСО), логично выражать все другие скорости перемещения не в привычных нам единицах, например, метрах за секунду, а в долях от величины «*c*». Особенно удобно такое обозначение для скоростей, соизмеримых со скоростью света. Итак, определим безразмерную скорость так:

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c} . \quad (6.1)$$

Обозначим символом E полную энергию исследуемого нами материального объекта, а символом \vec{p} – его импульс. Стрелка над значком p означает, что импульс – векторная величина.

Оказывается, между импульсом и энергией существует простая связь:

$$\vec{p} = \beta \frac{\vec{E}}{c} . \quad (6.2)$$

По известному импульсу и энергии объекта можно легко определить его массу:

$$m = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - (c \vec{p})^2} . \quad (6.3)$$

В физике элементарных частиц импульс и массу удобно выражать в энергетических единицах. Импульс, выраженный в этих единицах, следует представить в виде $c \vec{p}$. Тогда формула (6.2) примет вид

$$c \vec{p} = \vec{\beta} E. \quad (6.4)$$

Аналогичным образом, масса записывается как mc^2 , а формула (6.3) принимает вид

$$mc^2 = \sqrt{E^2 - (c \vec{p})^2}. \quad (6.5)$$

В дальнейшем мы, как правило, будем пользоваться именно таким представлением импульса и массы.

Для объектов, находящихся в состоянии покоя, $\vec{\beta} = \vec{0}$. Следовательно, равен нулю и импульс (смотри (6.4)). Обозначая энергию покоящегося тела символом E_0 , мы из формулы (6.5) получим

$$mc^2 = E_0. \quad (6.6)$$

Подчеркнем, что здесь масса m имеет такой же смысл, как и в ньютоновой механике, т.е. ее величина не зависит от выбора ИСО¹⁾.

Для изучения последующего материала введем еще два определения:

1) кинетической энергией $E_{\text{кин}}$ движущегося объекта будем называть разницу между его полной энергией и энергией покоя:

$$E_{\text{кин}} = E - E_0. \quad (6.7)$$

В задаче №6 мы покажем, что при малых скоростях это выражение совпадает с классической формулой для кинетической энергии;

2) релятивистским фактором (или Лоренц-фактором) называется коэффициент γ , показывающий во сколько раз энергия движущегося тела больше его энергии покоя.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (6.8)$$

Само собой разумеется, что всегда $\gamma \geq 1$.

Примечание. Релятивистский фактор определен только для объектов, обладающих массой.

Задача 5. Докажите, что β и γ взаимозависимые величины.

Решение. Подставим (6.4) и (6.6) в (6.5).

$$E_0^2 = E^2 - (\vec{\beta}E)^2 \Rightarrow E^2(1 - \vec{\beta}^2) = E_0^2, \Rightarrow \left(\frac{E}{E_0}\right)^2 = \frac{1}{1 - \vec{\beta}^2}.$$

Поскольку $\vec{\beta}^2 = \beta^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{1 - \beta^2}, \quad (6.9)$$

что и требовалось доказать.

В дальнейшем, для избежания громоздких формул, мы часто будем использовать символ γ , определенный согласно (6.8) или (6.9).

Задача 6. Докажите, что при малых скоростях ($\beta \ll 1$) формула (6.7) переходит в классическое выражение для кинетической энергии.

Примечание. В математике есть формулы для приближенного вычисления алгебраических выражений, содержащих малый параметр. Так, для чисел $x \ll 1$ и действительных a , таких что $ax \ll 1$, применима формула

$$(1 + x)^a \approx 1 + ax. \quad (6.10)$$

(Убедитесь в ее справедливости на придуманных вами численных примерах.)

Решение. $E_{\text{кин}} = E - E_0 = \gamma E_0 - E_0 = (\gamma - 1)E_0$. Согласно формулам (6.9) и (6.10)

¹⁾ Введенное нами понятие массы совпадает с определением массы покоя, но поскольку никаких других понятий массы мы не вводим, индекс «0» у символа массы не нужен.

$$\gamma - 1 = (1 - \beta^2)^{-1/2} - 1 \approx \left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right) - 1 = \frac{\beta^2}{2}.$$

Отсюда

$$E_{\text{кин}} \approx \frac{\beta^2}{2} E_0 = \left(\frac{v}{c}\right)^2 \frac{mc^2}{2} = \frac{mv^2}{2}. \quad (6.11)$$

В заключение заметим, что энергии, с которыми приходится иметь дело в микромире, столь малы, что если их измерять в знакомых вам джоулях, придется использовать множители, содержащие более десяти нулей. Поэтому были придуманы специальные единицы – электрон-вольты (сокращенно эВ). Известно, что свободный минимальный заряд, встречающийся в природе, равен заряду электрона ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Частица с таким зарядом, преодолев разность потенциалов в один вольт, изменит свою энергию на 1эВ. Следовательно, $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж. Кинетическая энергия «внешних» электронов в атоме обычно не превышает двух десятков электрон-вольт. Такую же энергию необходимо затратить на то, чтобы «оторвать» от атома эти электроны.

§ 7. Законы сохранения

Начнем с *энергии*.

а) В любой ИСО энергия некоторой совокупности частиц (тел, объектов), не взаимодействующих на расстоянии как между собой, так и с внешним миром, равна сумме энергий всех частиц, входящих в эту совокупность.

$$E_{\text{сист}} = \sum_i E_i. \quad (7.1)$$

Величины, подчиняющиеся такому правилу, называются *аддитивными* (от латинского слова *additivus* – прибавляемый).

Во всем диапазоне скоростей исследуемых материальных объектов выполняется закон сохранения энергии. Иными словами, если мы сравним энергию системы частиц до и после их взаимодействия (под взаимодействием мы здесь понимаем упругие столкновения, распад), то оказывается справедливым следующее равенство:

$$\sum_{i=1}^{N_1} E_i = \sum_{k=1}^{N_2} E'_k \quad (7.2)$$

Здесь N_1 – число частиц до взаимодействия, N_2 – после него. Вообще говоря, N_1 может отличаться от N_2 .

Заметим, что в общем случае необходимо учитывать еще и потенциальную энергию U их взаимодействия. Например, энергия системы двух заряженных частиц

$$E_{\text{сист}} = E_1 + E_2 + U_{12}. \quad (7.3)$$

Перейдем к *импульсу*.

а) Импульс, как и энергия, обладает свойством аддитивности, т.е. импульс системы частиц равен векторной сумме импульсов частиц, входящих в эту сумму:

$$\vec{p}_{\text{сист}} = \sum_i \vec{p}_i. \quad (7.4)$$

б) Закон сохранения импульса имеет такой же вид как и в классической физике:

$$\sum_{i=1}^{N_1} \vec{p}_i \rightarrow \sum_{k=1}^{N_2} \vec{p}_k. \quad (7.5)$$

§ 8. Дефект массы

Обычно у учащихся после изучения школьного курса физики создается впечатление, что дефект массы наблюдается только в ядерных или термоядерных реакциях. Это не так!

Дефект массы – самое заурядное и распространенное явление.

Задача 7. Ученик ЗФТШ наливает в чайник из водопроводного крана 2 литра воды ($t = 14^\circ\text{C}$) ставит его на плиту и доводит до кипения. Предположим, что испарения не происходит. На сколько изменится масса воды в чайнике?

Решение. Согласно (6.5) $mc^2 = \sqrt{E^2 - (c\vec{p})^2}$, а т.к. $\vec{p} = 0$ (центр масс воды как до, так и после нагрева покоится), то $mc^2 = E$. Во время нагрева воды ей была передана дополнительная энергия $\Delta E = mc_{\text{в}}\Delta T$, где $c_{\text{в}} = 4.186$ кДж/(кг·С) – удельная теплоемкость воды. Тогда $\Delta mc^2 = \Delta E$, или для относительного увеличения массы

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{c_{\text{в}}\Delta T}{c^2} \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = \frac{4,186 \cdot 10^3 \cdot 86}{(3 \cdot 10^8)^2} = 4 \cdot 10^{-12} = 4 \cdot 10^{-10}\%.$$

Для атомного ядра дефект массы дается формулой

$$\Delta m_{\text{сист}} = (Zm_{\text{п}} + Nm_{\text{н}}) - m(Z, N). \quad (8.1)$$

где $m_{\text{п}}$, $m_{\text{н}}$ и $m(Z, N)$ – масса протона, нейтрона и атомного ядра соответственно. Z и N – число протонов и нейтронов в атомном ядре.

Задача 8. Докажите, что масса атома водорода меньше суммы масс составляющих его протона и электрона. Считать, что скорость электрона в атоме мала ($\beta \ll 1$).

Решение. Атом водорода – это связанная система. Согласно (6.5) и (7.3)

$$(E_{\text{п}} + E_{\text{е}} + U)^2 - (c\vec{p}_{\text{п}} + c\vec{p}_{\text{е}})^2 = (m_{\text{H}}c^2)^2.$$

Здесь $E_{\text{п}}$ – энергия протона, $E_{\text{е}}$ – энергия электрона, а m_{H} – масса атома водорода.

По условию задачи атом водорода можно считать покоящимся, т.е. $c\vec{p}_{\text{п}} + c\vec{p}_{\text{е}} = 0$. Из этих формул следует $E_{\text{п}} + E_{\text{е}} + U = m_{\text{H}}c^2$, или с учетом (6.7),

$$m_{\text{п}}c^2 + E_{\text{кин(п)}} + m_{\text{е}}c^2 + E_{\text{кин(е)}} + U = m_{\text{H}}c^2. \quad (8.2)$$

Поскольку $\beta \ll 1$, кинетическая энергия каждой из частиц может быть вычислена по классической формуле. Поскольку

$$\frac{E_{\text{кин(п)}}}{E_{\text{кин(е)}}} = \frac{m_{\text{е}}}{m_{\text{п}}} \approx 5 \cdot 10^{-4} \ll 1, \quad (8.3)$$

кинетической энергией протона можно пренебречь. Дефект массы атома водорода $\Delta m = (m_{\text{п}} + m_{\text{е}}) - m_{\text{H}}$. Тогда с учетом условия (8.3) формулу (8.2) можно представить в виде

$$\Delta mc^2 = -U - E_{\text{кин(е)}}. \quad (8.4)$$

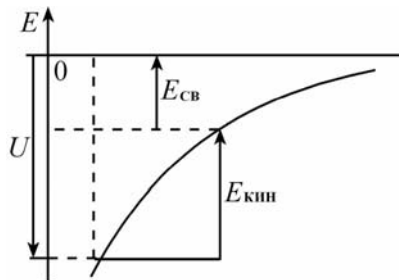


Рис. 8.1

Величина $E_{\text{св}} = -U - E_{\text{кин(е)}}$ называется энергией связи электрона с ядром (рис. 8.1). Численно она равна энергии, которую нужно затратить на ионизацию атома водорода.

Потенциальная энергия атома водорода обусловлена кулоновским взаимодействием электрона с протоном. Она отрицательна и может быть найдена по известной формуле:

$$U = -k \frac{e^2}{r}. \quad (8.5)$$

В этих же обозначениях закон Кулона имеет вид

$$F = k \frac{e^2}{r^2}.$$

Здесь e – модуль заряда электрона или протона, а k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Предположим, что электрон движется по круговой орбите радиуса r . Его центростремительное ускорение обеспечивается кулоновским притяжением:

$$m_e \frac{v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}.$$

Последнюю формулу легко привести к виду

$$2 \left(\frac{m_e v^2}{2} \right) = k \frac{e^2}{r}. \quad (8.6)$$

С учетом (8.5) получается

$$2E_{\text{кин}(e)} = -U. \quad (8.7)$$

Подстановка (8.7) в (8.4) даст $\Delta mc^2 = E_{\text{кин}}$ или с учетом (6.11)

$$\Delta m \tilde{h}^2 = \frac{m_e v^2}{2} \Rightarrow \Delta m = \frac{m_e \beta^2}{2}. \quad (8.8)$$

Примечание. В дальнейшем мы покажем, что максимальная скорость электрона, движущегося по круговой орбите в атоме водорода, равна $\beta = 1/137$,

откуда $\frac{\Delta m}{m_e} \approx 2 \cdot 10^{-5} = 2 \cdot 10^{-3}\%$.

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

§ 9. Атомная энергетика. Термоядерный синтез

Всякая физическая система стремится занять состояние с наименьшей потенциальной энергией. Это общий принцип; в физике он столь же важен как и принцип Ферма в оптике. Согласно этому принципу протону и электрону энергетически «выгодно» объединиться в атом водорода, согласно ему же атомы объединяются в молекулы, легкие ядра сливаются в более тяжелые, ядра тяжелых элементов (уран, плутоний, радий) распадается на более легкие осколки. При этом выделяется энергия, равная дефекту массы исходной системы (выраженному в энергетических единицах).

Ниже на рис. 9.1 приведена зависимость энергии связи (приходящейся, в среднем, на один нуклон атомного ядра) от числа нуклонов в ядре. Нуклон – это общее название для протонов и нейтронов. Именно из них состоят ядра всех химических элементов.

Задача 9. Пользуясь диаграммой, представленной на рис. 9.1, укажите, ядрам каких элементов «выгодно» распадаться на два осколка, а каких – слиться образовав новое ядро. Оцените энергию, выделяющуюся при распаде

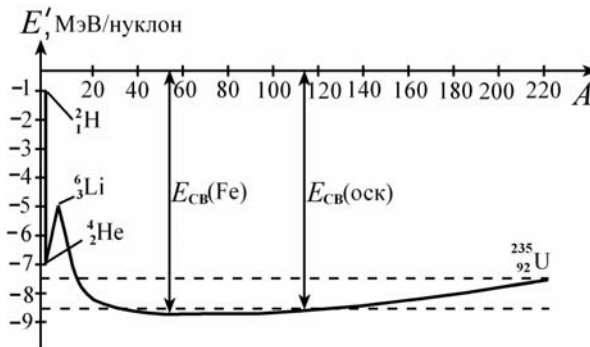


Рис. 9.1

ядра урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ на два примерно равных осколка (здесь и далее подстрочный индекс указывает число протонов, а надстрочный – число нуклонов в ядре).

Решение. Наибольшая (по абсолютной величине) энергия связи, приходящаяся на нуклон, соответствует ядру железа. Иными словами, железо находится на дне потенциальной ямы. Следовательно, ядра тяжелее железа склонны к распаду, а более легкие – к синтезу. Другими словами, если после распада исходного «материнского ядра» осколки будут иметь большую (по абсолютной величине) энергию связи, т.е. на диаграмме энергий окажутся ниже исходного ядра, то такой процесс может произойти. Аналогичные рассуждения справедливы и для синтеза (слияния) ядер.

Предположим, что уран распадается на два примерно равных осколка. Согласно энергетической диаграмме, приведенной на рис. 9.1, в продуктах деления урана на один нуклон приходится энергия связи $F_{\text{св}} = 8,5 \text{ МэВ/нукл}$. Мы получим

$$E_{\text{св}}(U) = E'_{\text{св}}(U) \cdot A$$

или численно

$$E_{\text{св}}(U) \approx 7,6 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл}} \cdot 235 \text{ нукл.} = 1786 \text{ МэВ.}$$

Для продуктов деления урана

$$\begin{aligned} E_{\text{св}}(\text{оск}) &\approx 2(E_{\text{св}} \cdot A_{\text{оск}}) \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{\text{св}}(\text{оск}) &\approx 2 \left(8,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл.}} \right) 117 \text{ нукл.} \approx 1990 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

Следовательно, при распаде ядра ${}^{235}_{92}\text{U}$ выделяется энергия

$$\Delta E = E_{\text{св}}(\text{оск}) - E_{\text{св}}(U) \approx 200 \text{ МэВ.}$$

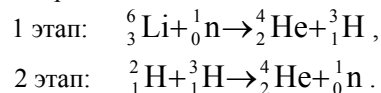
В пересчете на нуклон это составит приблизительно 0,84 МэВ.

Кажется, все просто и ясно. Но в таком случае, почему до сих пор не распались элементы тяжелее железа? Почему легкие ядра не объединились в более тяжелые?

Дело в том, что выше мы рассматривали только принципиальную возможность слияния или распада ядер. Сам же механизм этой реакции нас не интересовал. А весь секрет как раз и состоит в том, чтобы запустить этот механизм.

Задача 10. Оцените энергию, выделяющуюся при слиянии ядер лития ${}^6_3\text{Li}$ и дейтерия ${}^2_1\text{H}$ (изотопа водорода, ядро которого состоит из одного протона и одного нейтрона).

Процесс слияния ядер дейтерия и лития идет в два этапа:



Нейтроны, подобно катализаторам в химических реакциях, используются только как промежуточное звено и, прореагировав в одном цикле, могут вступать в другой.

Решение. Оценим энергию связи исходных (1) и конечных (2) продуктов:

$$\begin{aligned} E_{\text{св}}(1) &= E_{\text{св}}(\text{Li}) + E_{\text{св}}({}^2_1\text{H}) \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{\text{св}}(1) &\approx 5 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл.}} \cdot 6 \text{ нукл.} + 1 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл.}} \cdot 2 \text{ нукл.} = 32 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{\text{св}}(2) &= E_{\text{св}}(\text{He}) + E_{\text{св}}(\text{n}) \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{\text{св}}(2) &\approx 2 \cdot 7 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл.}} \cdot 4 \text{ нукл.} = 56 \text{ МэВ.} \end{aligned}$$

$$\Delta E_{\text{св}} = 56 \text{ МэВ} - 32 \text{ МэВ} = 24 \text{ МэВ,}$$

или в пересчете на нуклон 3 МэВ. Это в три с половиной раза больше, чем в реакции деления урана. По сравнению с химическими реакциями оба процесса (и распад, и синтез ядер) дают колоссальный выигрыш в энергии, высвобождающейся из единицы массы вещества.

§ 10. β -распад. Нейтрино

Распад ядра некоторого элемента X на два осколка Y и W можно схематически показать с помощью диаграммы



где $A_1 + A_2 = A$, $Z_1 + Z_2 = Z$.

Наиболее типично при такой схеме распада – появление в качестве одного из осколков α -частицы (ядра атома гелия: ${}^4_2\text{He}$). Однако, в некоторых реакциях вещество излучает легкие заряженные частицы – β -лучи. Вскоре после обнаружения этого явления β -лучи отождествили с электронами. В ходе β -распада изменялось число протонов (число нуклонов в ядре сохранялось) и бесследно исчезала часть энергии.



На первый взгляд из этого факта следовало два совершенно неожиданных вывода:

- 1) В ядерных реакциях может нарушаться закон сохранения энергии!
- 2) Нейтрон в ядре β -активного элемента распадается на протон и электрон:



Следовательно, нейтрон – не элементарная частица, а все вещество состоит только из двух типов частиц – протонов и электронов! Сразу скажем, что оба вывода оказались поспешными и не соответствовали действительности. Последующие эксперименты и теоретические исследования показали, что протон ни чуть не более элементарен, чем нейтрон.

Для спасения закона сохранения энергии немецкий физик Вольфганг Паули выдвинул гипотезу: в ходе распада нейтрона рождается еще одна частица. Она электрически нейтральна, а ее масса на несколько порядков меньше массы протона. По предложению Энрико Ферми эту частицу назвали «нейтрино» (в переводе с итальянского это означает – "нейтрончик"). Именно нейтрино «повинны» в исчезновении энергии при распаде нейтрона. «Исправленная» реакция (10.3) должна выглядеть так:



В дальнейшем было установлено, что в свободном состоянии, т.е. «вне коллектива», нейтрон существовать не может и через несколько минут одиночества распадается по схеме (10.4). Долгое время считали, что нейтрино из-за его нейтральности вообще невозможно обнаружить. Но экспериментаторы справились с этой трудной задачей. К 1956 году существование нейтрино было доказано экспериментально. Сейчас детекторы нейтрино есть во многих развитых странах. Дело идет к возникновению целых научных направлений – нейтринной астрономии и нейтринной геофизики.

§ 11. Элементарная частица по имени «фотон»

К концу прошлого века казалось бесспорно доказанным фактом, что свет – суть электромагнитные волны. Даже виртуозные опыты Петра Николаевича Лебедева (1899 г.), в которых он доказал, что свет оказывает давление на вещество, прекрасно вписывались в волновую теорию. На этом фоне сообщение немецкого физика Макса Карла Эрнста Людвиг Планка, сделанное 14 декабря 1900 года (последний месяц уходящего века), прозвучало явным диссонансом. Планк показал, что энергия излучается веществом только порциями (квантами), причем, величина кванта прямо пропорциональна частоте колебаний электромагнитного поля волны:

$$E = h\nu. \quad (11.1)$$

Здесь h – коэффициент пропорциональности, получивший в последующем название «постоянная Планка»: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с или $4,14 \cdot 10^{-15}$ эВ·с.

Примечание 1. Точно такое же название применяют к коэффициенту $\hbar = h/(2\pi)$, поэтому будьте внимательны, когда встречаете в формулах эти обозначения. Постоянная Планка $\hbar = 6,58 \cdot 10^{-16}$ эВ·с. Наряду со скоростью света она принадлежит к числу фундаментальных мировых констант.

В последующем экспериментаторы придумывали самые изощренные опыты для расщепления излученного кванта света, однако все их попытки заканчивались неудачами. Вся совокупность опытов убедительно свидетельствовала о том, что

квант света ведет себя как элементарная частица. В 1923 году американский физик Артур Комптон, сделавший решающий эксперимент в доказательство этого факта, предложил для кванта электромагнитного излучения изящное название – *фотон*.

Задача 11. Определите кинетическую энергию и массу фотона, имеющего частоту ν .

Решение. Поскольку для света $\beta = 1$, то согласно (6.4) $cp = E$. Подставим найденное значение в (6.5):

$$(mc^2)^2 = E^2 - E^2 \Rightarrow mc^2 = 0.$$

С учетом этого результата из формул (6.6) и (6.7) следует $E_{\text{кин}} = E$. Получается, что фотон – безмассовая частица, обладающая только кинетической энергией.

Задача 12. Фотон обладает энергией $E = 3,1 \text{ эВ}$. Определите длину волны соответствующего электромагнитного излучения.

Решение. Из курса оптики известно, что $\lambda\nu = c$, а по формуле Планка $E = h\nu$. Из этих двух уравнений следует равенство

$$\lambda = \frac{ch}{E}. \quad (11.2)$$

Численная подстановка дает $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ (ультрафиолетовое излучение).

Примечание 2. 1 \AA (один ангстрем) – единица длины в атомной физике, равная 10^{-10} м и названная в честь шведского физика и астронома Андерса Йонаса Ангстрема. Например, диаметр атома водорода равен приблизительно 1 \AA .

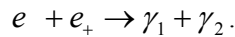
Примечание 3. В атомной и ядерной физике постоянные « c и h любят ходить парочкой». Для справки приведем значение их произведения

$$ch = 1,24 \cdot 10^4 \text{ эВ} \cdot \text{\AA}. \quad (11.3)$$

§ 12. Позитроны. Аннигиляция

Позитрон – это античастица по отношению к электрону. Массы позитрона и электрона равны, а заряды противоположны по знаку.

В результате столкновения этих частиц происходит аннигиляция. Образно говоря, при встрече они попадают в такие «тесные объятия» друг друга, что «испускают дух», т.е. превращаются в два фотона, энергия каждого из которых более $0,5 \text{ МэВ}$. Вот схема такой реакции:



Для упрощения расчетов предположим, что частицы имеют одинаковые скорости и движутся навстречу друг другу вдоль одной прямой. Ясно, что общий импульс системы равен нулю. До столкновения формула (6.5) имеет вид

$$(m_{\text{сист}}c^2)^2 = (E_{e^-} + E_{e^+})^2 - (0)^2.$$

Что мы получим после столкновения?

Поскольку фотон – безмассовая частица, то, очевидно, что суммарная масса двух безмассовых частиц тоже равна нулю.

Очевидно? Давайте подсчитаем. После реакции формула (6.5) по-прежнему имеет вид

$$(m_{\text{сист}}c^2)^2 = (E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})^2 - (0)^2.$$

Здесь E_{γ_1} и E_{γ_2} – энергии родившихся фотонов, $E_{\gamma_1} > 0$ и $E_{\gamma_2} > 0$.

Более того, согласно (7.2)

$$E_{e^-} + E_{e^+} = E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2}.$$

Невероятно! Масса двух безмассовых частиц в сумме равна удвоенной массе электрона. Вывод: **масса – не аддитивная величина.**

§ 13. Гипотеза Луи де Бройля

В 1922 году американский физик-экспериментатор Артур Холли Комптон получил прямое экспериментальное доказательство корпускулярных свойств света, наблюдая рассеяние высокоэнергетичных фотонов на свободных электронах. С этого момента ученый мир смирился с мыслью, что фотон обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами. Появился даже специальный термин – корпускулярно-волновой дуализм.

Над столь выделенным положением фотона относительно других элементарных частиц задумался французский физик Луи де Бройль. В конце концов он пришел к

мысли о том, что корпускулярные и волновые свойства должны быть присущи любым формам материи. Чтобы сходство свойств частиц и фотонов было более сильным, де Бройль предположил, что фотоны имеют массу $m_{\phi} \sim 10^{-50}$ г. Подтвердить или опровергнуть эту гипотезу экспериментаторам до сих пор не удалось. Из теоретических выкладок де Бройля следовало: любой частице, обладающей импульсом p , должна соответствовать волна, длина которой может быть найдена по формуле

$$\lambda_D = \frac{h}{p}. \quad (13.1)$$

В редакции физического журнала, куда де Бройль принес свою работу, ему ответили отказом. Только благодаря счастливому стечению обстоятельств в сентябре 1924 года работа вышла в свет. Любопытно мнение А. Эйнштейна об этой статье де Бройля. В письме к Макс Борну он писал: «Прочти ее. Хотя и кажется, что писал ее сумасшедший, написана она солидно».

Спустя два года сразу две независимые группы исследователей обнаружили дифракцию электронов на кристаллической решетке. Идея де Бройля оказалась верной! С тех пор волны материи стали называть *волнами де Бройля*.

Задача 13. Найдите зависимость длины волны де Бройля электрона от его скорости для всего диапазона скоростей ($0 < v < c$).

Решение.

$$\lambda_D = \frac{h}{p} = \frac{ch}{cp} = \frac{ch}{\beta E} = \frac{ch}{\beta \gamma E_0}.$$

Здесь, как и ранее, $\beta = \frac{v}{c}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $E_0 = m_e c^2$. Выражение $\frac{ch}{E_0}$ имеет

размерность длины. Обычно его называют комптоновской длиной волны и обозначают символом Λ .

$$\Lambda = \frac{ch}{E_0}, \quad \Lambda = 2,42 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}. \quad (13.2)$$

Сравните формулу (13.2) и (11.2). Впечатляющее сходство!

С учетом принятых обозначений выражение для λ_D упрощается

$$\lambda_D = \frac{\Lambda}{\beta \gamma}. \quad (13.3)$$

В случае малых скоростей ($\beta \ll 1, \gamma \approx 1$)

$$\lambda_D = \frac{\Lambda}{\beta} = \frac{h}{m v}. \quad (13.4)$$

Впрочем, этот результат получается сразу из (13.1), ибо при малых скоростях $p = m v$.

В другом предельном случае ($\beta \approx 1$) мы получим

$$\lambda_D = \frac{\Lambda}{\gamma}. \quad (13.5)$$

Последняя формула позволяет оценить энергию, до которой нужно ускорить электрон с тем, чтобы электронными волнами «просвечивать» атомное ядро и изучать его внутреннюю структуру. Для этого длина волны де Бройля электрона должна быть много меньше характерных размеров ядра ($\sim 10^{-15}$ м) или размеров тех структур, из которых оно может состоять. Несложные численные оценки показывают, что для получения таких энергий требуются мощнейшие ускорители. Стоимость их строительства и эксплуатации под силу лишь очень крупным и богатым странам. Все это послужило толчком к международной кооперации физиков, занимающихся поиском и исследованием элементарных частиц.

§ 14. Модель атома водорода Бора – де Бройля

В школьных учебниках физики достаточно подробно освещены такие вопросы, как история открытия Эрнестом Резерфордом атомного ядра и история построения молодым датским физиком Нильсом Бором модели атома водорода. Обратим ваше внимание на то, что модель Бора, несмотря на ее явные достоинства, не могла объяснить наблюдаемую на опыте сферическую симметрию атома водорода или показать, почему электрон, находящийся на стационарной орбите и испытывающий при этом колоссальное центростремительное ускорение, не излучает электромагнитные волны, как того требует теория Максвелла.

На последний вопрос попытался ответить Луи де Бройль, применив к модели Бора свою гипотезу.

Электрон обладает волновыми свойствами. Если длина его стационарной орбиты кратна целому числу длин волн де Бройля, то на орбите установятся стоячие волны. Для стоячих волн уже невозможно указать направление их движения (в узловой точке можно поставить стенку; при этом стоячая волна сохранится), а раз нет движения вдоль орбиты – нет и излучения.

Давайте получим из модели Бора – де Бройля формулы, необходимые для решения задач.

Как и в школьных учебниках, будем рассматривать атом водорода, в котором электрон движется по круговой орбите. Ее радиус называют *радиусом Бора* и обозначают символом r_B .

Чтобы не загромождать выкладки лишними символами предположим, что на длине орбиты электрона умещается только одна длина волны де Бройля. Такое состояние атома называется *основным*. В конце параграфа мы приведем формулы для общего случая, когда $n > 1$.

$$2\pi r_B = \lambda_D.$$

Предположим, что $\beta \ll 1$. Тогда с учетом (11.4) мы можем записать

$$2\pi r_B = \frac{h}{m\nu} = \frac{ch}{\beta E_0}. \quad (14.1)$$

$$E_{\text{кин(е)}} = \frac{m_e \nu^2}{2} = \frac{E_0 \beta^2}{2}. \quad (14.2)$$

Согласно (8.6)

$$\frac{ke^2}{r_B} = 2E_{\text{кин(е)}}. \quad (14.3)$$

Решая систему уравнений (14.1) и (14.3), мы получим выражение для скорости электрона:

$$\beta = k \frac{e^2}{c\hbar}. \quad (14.4)$$

Численная подстановка показывает, что скорость электрона в основном состоянии атома водорода в 137 раз меньше скорости света. Следовательно, наше предположение о том, что $\beta \ll 1$ было верным.

Энергия ионизации атома водорода, находящегося в основном состоянии, называется энергией Ридберга или просто ридбергом и обозначается символом Ry . Легко видеть, что

$$Ry = \frac{E_0 \beta^2}{2}. \quad (14.5)$$

Численно $Ry = 13,6 \text{ эВ}$.

Примечание. В учебниках ридберг обычно выражают через основные константы m , h , e :

$$Ry = k^2 \frac{me^4}{2\hbar^2}. \quad (14.6)$$

Записи (14.6) и (14.5) эквивалентны.

А теперь перепишем полученные нами формулы применительно к общему случаю, когда на орбите помещается n ($n > 1$) волн:

$$\beta_n = \frac{\beta}{n}. \quad (14.7)$$

$$r_n = r_B n^2. \quad (14.8)$$

$$E_n = \frac{Ry}{n^2}. \quad (14.9)$$

Состояния, в которых на орбите электрона укладывается целое число волн де Бройля, называются *стационарными*. Если этих волн больше одной, говорят, что атом находится в возбужденном состоянии. Электрон может достаточно долго (по масштабу атомных времен) находиться в возбужденном состоянии. Но, в конце концов, он должен вернуться в основное состояние с $n = 1$ (иногда через один или несколько промежуточных уровней с меньшим номером n). При таком переходе избыток энергии $\Delta E = E_{n_1} - E_{n_2} = E_{12}$ излучается в виде фотона:

$$E_{12} = h\nu_{12}. \quad (14.10)$$

§ 15. Электронная эмиссия и фотоэффект

Для того, чтобы отделить электрон от атома, необходимо затратить энергию, равную по величине энергии связи этого электрона с ядром. Похожая ситуация наблюдается и при попытках извлечь электрон из твердого вещества, например, из диэлектрика или металла. Процесс выхода электрона из металла, называется электронной эмиссией, а величина энергии, необходимой для эмиссии электронов – работой выхода. Обозначается работа выхода $A_{\text{вых}}$. Для каждого металла эта работа имеет свое конкретное значение.

Существует много способов передачи энергии электронам металла. Например, ее могут принести от какого-либо внешнего источника ионы, электроны или фотоны.

Электронная эмиссия, происходящая под действием света (фотонов), получила название фотоэлектрического эффекта или просто *фотоэффекта*, а поток электронов вылетающих с поверхности металла называют *фототоком*.

Открыл фотоэффект Генрих Рудольф Герц в 1887 году, а подробнейшим образом исследовал его наш соотечественник Александр Григорьевич Столетов.

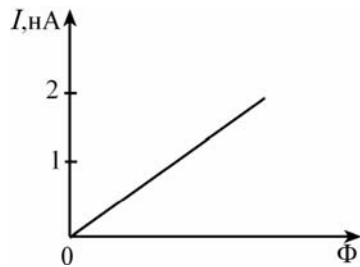


Рис. 15.1

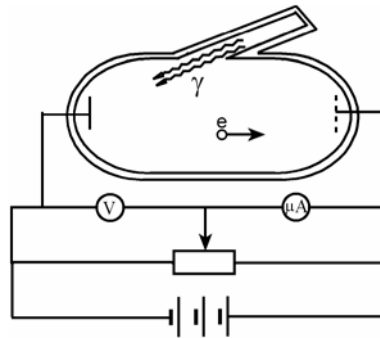


Рис. 15.2

Столетов установил зависимость фототока от интенсивности светового потока Φ (рис. 15.1). Он же обнаружил, что фототок наблюдается только в тех случаях, когда длина волны падающего излучения меньше некоторого значения.

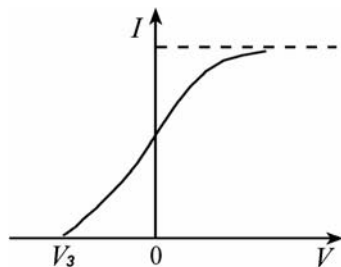


Рис. 15.3

Столетов сконструировал незамысловатую установку (рис. 15.2) и с ее помощью изучил зависимость фототока от напряжения, приложенного между фотокатодом и тонкой металлической сеткой, находящейся в непосредственной близости от фотокатода. На рис. 15.3 приведена полученная им зависимость.

Фотон поглощается в образце целиком в единичном акте взаимодействия.

Предположим, что энергии фотона достаточно для выбивания электрона из металла. В этом случае справедливо следующее неравенство

$$h\nu \geq E_{\text{кин}(e)} + A_{\text{вых}}. \quad (15.1)$$

Почему пишется неравенство, а не строгое равенство?

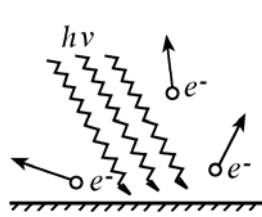


Рис. 15.4

Дело в том, что чем глубже проникает фотон, чем на большей глубине происходит его поглощение, тем с большей глубины придется выбираться электрону к поверхности металла. По дороге он может растерять значительную часть полученной энергии. Поэтому электроны вылетают с поверхности в разные стороны и с разными скоростями (см. рис. 15.4).

На практике для того, чтобы определить работу выхода электрона, пользуются установкой, аналогичной установке Столетова.

На сетку подают отрицательный (относительно фотокатода) потенциал V . При некотором значении $V = V_3$ этого потенциала ни один выбитый из катода электрон не сможет достичь анода. Все электроны окажутся «запертыми». Тогда неравенство (15.1) превращается в равенство

$$h\nu = eV_3 + A_{\text{вых}}. \quad (15.2)$$

Каждому заданному потенциалу V_3 соответствует своя минимальная частота или максимальная длина электромагнитной волны падающего излучения. Эту длину волны λ_{max} называют красной границей фотоэффекта.

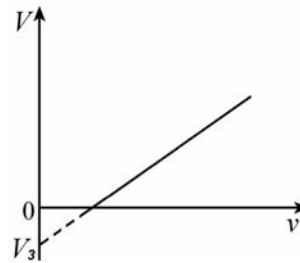


Рис. 15.5

Зависимость задерживающей разности потенциалов от частоты падающего света (см. рис. 15.5) впервые установил немецкий физик-экспериментатор Филипп Эдуард Антон Ленард

(в 1902 году). Объяснение же дал спустя два года Альберт Эйнштейн. В 1921 году за объяснение фотоэффекта ему присудили Нобелевскую премию.

Контрольные вопросы

1. Как формулируется принцип Гюйгенса?
2. В чем заключается сущность дополнения Френеля к принципу Гюйгенса?
3. Две маленькие лампочки накаливания освещают удаленный экран. Можно ли в этом случае наблюдать на экране интерференционную картину? Ответ обоснуйте.
4. Вдоль оси Ox или против нее распространяются гребни волн, высота A которых зависит от времени t и координаты x следующим образом:

$$A = A_0 \cos(\varphi_0 + kx - \omega t) ?$$

5. На узкую щель шириной $D = 1$ мм падает плоская монохроматическая волна ($\lambda = 0,5$ мкм). На экране, находящемся на расстоянии 1 м от щели, наблюдается светлая полоса. Увеличится или уменьшится ширина этой полосы, если ширину щели увеличить в два раза?
6. Луч гелий-неонового лазера ($\lambda = 0,633$ нм) направляют сначала на красное, а затем на зеленое стекло. Какое из стекол будет испытывать большее давление?
7. Луч гелий-неонового лазера ($\lambda = 0,633$ нм) направляют сначала на красную, а затем на зеленую бумагу. Какая из бумаг будет испытывать большее давление?
8. Могут ли создавать интерференционную картину мнимые источники света, которые сами являются изображением некоторого действительного источника? Если – нет, дайте обоснование. Если – да, объясните в каких случаях и приведите соответствующие примеры.
9. Что такое – энергия связи электрона с ядром атома?
10. Как изменится вид зависимости фототока от напряжения между фотокатодом и сеткой, если число фотонов, попадающих в единицу времени на фотокатод останется неизменным, а длина волны фотонов уменьшится в два раза?

Задачи

1. Два точечных когерентных монохроматических источника света расположены на расстоянии L друг от друга. В точке A экрана, отстоящей от источника (1) на расстоянии $H = 8$ м наблюдается интерференция (рис.1). Минимальное расстояние L , при котором в точке A наблюдается потемнение, равно $L_1 = 2$ мм, а следующее минимальное расстояние L , при котором в точке A наблюдается максимум освещенности, равно L_2 . Найдите это расстояние.

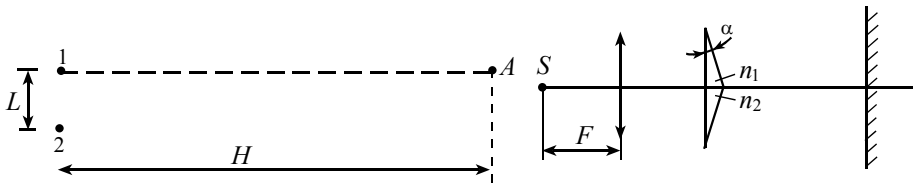


Рис. 1

Рис. 2

2. Точечный источник света S с длиной волны λ помещен в фокусе собирающей линзы. За линзой находится бипризма шириной D , составленная из двух одинакового размера стеклянных клиньев с углом α при вершине и показателями преломления n_1 и n_2 . Найдите максимальное число полос, которое можно наблюдать на экране, расположенном за бипризмой (рис.2) перпендикулярно оси линзы.

3. Две тонкие длиннофокусные рассеивающие линзы с относительным отверстием $(D/F) = 0,1$ вставили вплотную друг к другу в непрозрачный щит (рис.3). На линзы направили параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,48$ мкм. На расстоянии L от щита поместили длинный узкий экран, на котором стали наблюдать интерференционную картину. При увеличении расстояния между экраном и щитом от L_1 до L_2 в 1,2 раза число наблюдаемых интерференционных полос возросло в 1,1 раза. Найдите фокусное расстояние линз и число интерференционных полос, которое можно наблюдать на экране, удаленном от линз на расстояние $L_1 = 40$ см.

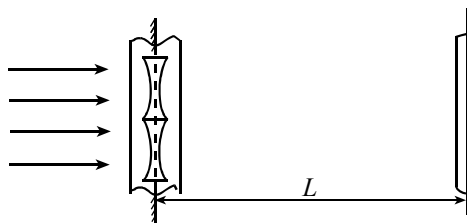


Рис. 3

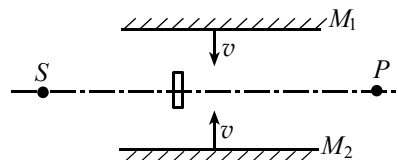


Рис. 4

4. Интерференционная схема включает в себя точечный источник S монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм, фотоприемник P , отстоящий от источника на расстоянии $L = 2$ м и два плоских зеркала M_1 и M_2 , движущихся со скоростью $v = 0,2$ см/с по направлению к линии SP , соединяющей источник и фотоприемник (рис.4). Определите частоту колебаний фототока приемника в тот момент, когда зеркала будут находиться на расстоянии $d = 0,5$ см от линии SP . Между источником S и приемником P помещен небольшой экран, перекрывающий прямые лучи.

5. На длинную щель шириной $D = 0,1$ мм падает плоская монохроматическая волна ($\lambda = 0,6$ мкм). На экране, расположенном на расстоянии $L = 1$ м от щели наблюдается дифракционная картина (рис. 5). Оцените ширину x главного дифракционного максимума.

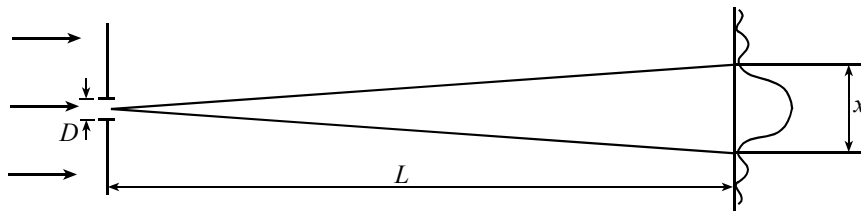


Рис. 5

6. Рентгеновское (тормозное) излучение возникает при бомбардировке быстрыми электронами металлического антикатада рентгеновской трубки. Определите скорость электронов, если длина волны коротковолновой границы спектра тормозного излучения равна $\lambda = 0,27 \text{ \AA}$ (эффект Комптона). Энергия покоя электрона $E_{0(e)} = 0,5 \text{ МэВ}$.

7. При обратном рассеянии рентгеновских лучей на свободных электронах их длина волны изменяется. Определите длину волны рассеянного фотона, если с электроном столкнулся фотон с длиной волны $\lambda = 0,126 \text{ \AA}$. *

8. Катод K вакуумного фотоэлемента освещают монохроматическим светом длиной волны $\lambda_1 = 300 \text{ нм}$ и измеряют скорость фотоэлектронов. Затем увеличивают длину волны в два раза. При этом скорость фотоэлектронов тоже изменяется в два раза. Определите красную границу фотоэффекта.

9. Какова энергия ионизации позитрония (атома, состоящего из электрона и позитрона)?

10. Гамма излучением (поглощением) называется электромагнитное излучение (поглощение), возникающее при переходе атомных ядер из возбужденных в более низкие энергетические состояния и наоборот. γ - квант, испущенный одним из ядер олова, поглощается движущимся навстречу под углом $\alpha = 60^\circ$ к направлению его движения ядром олова ^{119}Sn . Найдите скорость v движения ядра, если энергия γ - кванта $E_\gamma = 23,8 \text{ кэВ}$ равна энергии E_{12} перехода ядра из основного в возбужденное состояние. Энергия покоя ядра олова $E_0 = 113 \text{ ГэВ}$. При испускании и поглощении γ - кванта происходит переход между одними и теми же энергетическими уровнями ядра.

* Комптоновская длина волны $\Lambda = 2,42 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}$.