

§ 5. Приближение параксиальной оптики

Поскольку физика по своей сути – наука экспериментальная, в ней почти всегда получаются приближённые результаты. Тому много причин: неточности измерительной аппаратуры, приближённый характер используемых законов, неточность вычислительных приборов и т.д. Учитывая всё это, физики иногда уже сами исходные формулы сознательно записывают в приближённом виде. Это здорово облегчает им жизнь, упрощает вычисления и экономит время. Давайте рассмотрим одно из таких полезных упрощений. Называется оно *приближение параксиальной оптики*, а суть его заключается в том, что рассматриваются только те лучи, которые на своём пути незначительно отклоняются от исходного направления. В дальнейшем все углы, если это не оговаривается специально, будем выражать в радианах. Полезно запомнить два соотношения:

$$1^\circ = 0,01745 \text{ рад}, \quad 1 \text{ рад} = 57,3^\circ.$$

Если угол φ мал (менее 10°), то, как правило, можно считать

$$\cos \varphi \approx 1, \quad \text{а} \quad \operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi.$$

Закон Снелла в параксиальном приближении выглядит предельно просто:

$$n_1 \varphi_1 = n_2 \varphi_2. \quad (5.1)$$

Задача 4.1. Луч света падает из воздуха на невозмущённую водную поверхность под углом $\varphi = 10^\circ$. Найти угол преломления по точной формуле (1.2) и приближённой (5.1). На сколько процентов приближённый результат отличается от точного? (Для воды $n = 4/3$.)

Решение. Согласно (1.2) $\sin \varphi_2 = \sin \varphi_1 / n$, откуда следует, что по точной формуле (сохраняем 4 значащих цифры) $\varphi_{2г} = 0,1306$ рад, в то время как по приближённой формуле $\varphi_{2п} = \varphi_1 / n = 0,1309$. Относительная погрешность приближённых вычислений $\left| \frac{\varphi_{2г} - \varphi_{2п}}{\varphi_{2г}} \right| \cdot 100\% \approx 0,2\%$, т.е. менее процента!