

§ 2. Гипотезы Герона, Ферма, Веселаго

Известный физик-теоретик, лауреат Нобелевской премии Ричард Фейнман однажды сказал: «По мере развития науки нам хочется получить нечто большее, чем просто формулу. Сначала мы наблюдаем явления, затем с помощью измерений получаем числа и, наконец, находим закон, связывающий эти числа. Но истинное величие науки состоит в том, что мы можем найти такой способ рассуждения, при котором закон становится очевидным».

Эти слова в полной мере можно отнести к открытию Герона Александрийского, жившего приблизительно в середине I века н.э. Герон предположил, что свет от

источника до приемника распространяется по кратчайшему пути. Данная гипотеза делает излишним постулат № 1 геометрической оптики, ибо в однородной среде кратчайшее расстояние между двумя точками – прямая. Несложно показать, что и закон отражения вытекает из постулата Герона.

Но для света, проходящего через границу двух сред с различными показателями преломления, принцип Герона давал сбой. Только через полтора тысячелетия (в 1650 году) французский математик и физик Пьер Ферма устранил это затруднение. По идее Ферма свет распространяется между двумя точками вдоль такого пути, на преодоление которого требуется наименьшее время. Такой способ рассуждения получил впоследствии название *принцип наименьшего времени* Ферма. Опираясь на принцип Ферма, получим закон Снелла.

Задача 2.1. Зрочок наблюдателя находится на высоте H над поверхностью водоёма, а точечный источник света S – на глубине h . Расстояние от человека до источника (вдоль поверхности воды) равно L (рис. 2.1). Показатель преломления воды – n_1 , воздуха – $n = 1$.

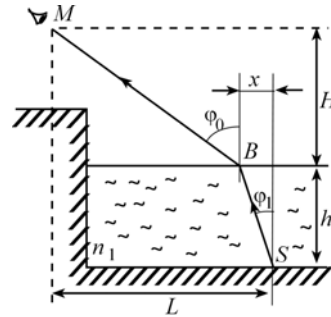


Рис. 2.1

Используя принцип Ферма, докажите, что свет от источника S до зрочка наблюдателя распространяется вдоль пути SBM , удовлетворяющего соотношению

$$n_1 \sin \varphi_1 = \sin \varphi_0.$$

Решение. Пусть проекция отрезка BS на поверхность воды равна x , тогда

$$BS = \sqrt{h^2 + x^2}, \quad MB = \sqrt{H^2 + (L - x)^2}.$$

$$t = \frac{SB}{v} + \frac{MB}{c} = \left(n_1 \sqrt{h^2 + x^2} + \sqrt{H^2 + (L - x)^2} \right) / c. \quad (2.1)$$

Согласно принципу Ферма, время на преодоление пути от S до M минимально, а это значит, что $\frac{dt}{dx} = 0$ или $n_1 \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} - \frac{L - x}{\sqrt{H^2 + (L - x)^2}} = 0$.

Из рис. 2.1 видим, что $\frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} = \sin \varphi_1$, а $\frac{L - x}{\sqrt{H^2 + (L - x)^2}} = \sin \varphi_0$,

откуда следует: $n_1 \sin \varphi_1 = \sin \varphi_0$, что и требовалось доказать.

Здесь уместно ввести одно полезное определение, которое нам пригодится и в следующем задании по волновой оптике.

Рассмотрим однородную среду с показателем преломления n . Возьмём в ней две точки A и B . Соединим их линией. Пусть её длина l . Будем называть **оптической длиной** линии произведение её длины на показатель преломления n . Если среда неоднородна, разобьём линию на участки, вдоль которых изменение показателя преломления можно не учитывать. Пусть l_i и n_i – длина и показатель преломления i -того участка. Оптическую длину линии определим как:

$$L = \sum l_i n_i. \quad (2.2)$$

Обратите внимание на формулу (2.1), которую мы получили при выводе закона Снелла. В ней время пропорционально оптической длине линии между источником S и зрачком наблюдателя (коэффициент пропорциональности – $1/c$). Значит, принцип Ферма можно переформулировать так:

оптическая длина луча между любыми двумя точками меньше оптической длины всякой другой линии, соединяющей те же точки.

Позднее учёные заметили, что для света время прохождения пути от источника до приёмника может иметь не только минимум, но и локальный максимум. Пришлось подправлять принцип Ферма. Он стал звучать так: **луч света всегда распространяется в пространстве между двумя точками вдоль пути, время прохождения (оптическая длина) которого экстремально(а).**

Пример 1. Поместим точечный источник света S и приёмник света P рядом, в центре полусферы, внутренняя поверхность которой зеркальная (рис. 2.2). Пусть источник и приёмник разделены ширмой. **Оптическая длина луча от источника до приёмника для всех направлений одинакова.**

1) Возьмём на поверхности сферы точку A . Пусть в этой точке плоское зеркало касается поверхности полусферы. Удалим полусферу (рис. 2.3). В соответствии с принципом Ферма, свет от S к P будет распространяться по пути SAP , причём **оптическая длина соответствующего луча будет минимальна.**

2) Если исходной полусферы в точке A касается новая полусфера меньшего радиуса (рис. 2.4), то свет по-прежнему будет распространяться по пути SAP , но, в этом случае **оптическая длина луча будет максимальной.**

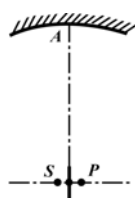


Рис. 2.2

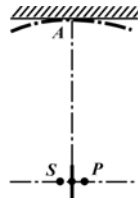


Рис. 2.3

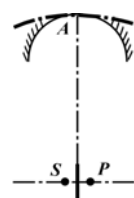


Рис. 2.4

На этом история принципа Ферма не закончилась. В середине 60-х годов прошлого века советский физик Виктор Григорьевич Веселаго предположил возможность существования сред с отрицательным показателем преломления. Он разработал теорию распространения электромагнитных волн в таких средах (см. журнал «Успехи физических наук», том 92, № 517, 1967 г). И вот в 2000 году в научных журналах появилось сообщения о том, что созданы композитные материалы (позднее их стали называть *метаматериалами*), необычные электродинамические свойства которых легко объяснить, если допустить, что в них коэффициент преломления отрицателен. Например, луч, преломившись на границе с метаматериалом, отклоняется в сторону, противоположную той, в которую он отклонялся бы в случае с $n > 0$ (рис. 2.5).

В очередной раз пришлось подправлять принцип Ферма. Теперь в формулу (2.2)

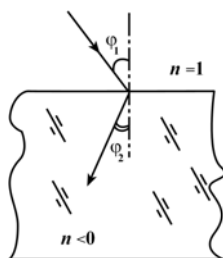


Рис. 2.5

показатель преломления n_i нужно подставлять с соответствующим знаком.

Открытие метаматериалов вызвало в физике настоящий бум. Ими заинтересовались военные (есть идеи, как с помощью сред с отрицательным показателем преломления делать самолёты-невидимки). Большие вложения средств в исследования метаматериалов делают фирмы, занимающиеся телекоммуникацией...