

Контрольные вопросы

1(2). Вычислите значение выражения $\log_{a^{17}} a^{\sqrt{3}} b^{-\sqrt{15}}$, если $\log_a b = \frac{1}{5}$.

2(2). Число удовлетворяет условиям $\operatorname{tg} 2x = -\frac{3}{4}$ и $\sin 2x > 0$. Обязательно ли при этих условиях определено выражение $\log_{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}} \operatorname{tg} x$ и чему оно равно?

3(2). Вычислите $9 \left(\log_{\frac{x}{y}}^2 x + \log_{\frac{y}{x}}^2 y \right)$, если $\log_{\frac{x}{y}} (x^9) = \log_{\sqrt{y}} \frac{y}{x}$.

4(2). Найдите сумму всех корней уравнения $4 \log_{25} 5x + \log_5^2 x - 5 = 0$.

5(2). Найдите сумму квадратов всех корней уравнения

$$\log_5 (x-2) + \log_5 (x+3) = \log_5 6.$$

6(2). Найдите произведение корней (или корень, если он один) уравнения

$$\log_2 (x-8) + \log_2 (x-4) = \log_2 x + \log_2 6.$$

7(2). Найдите сумму квадратов всех корней уравнения

$$\lg^2(x+1) = \lg(x+1)\lg(x-1) + 2\lg^2(x-1).$$

8(2). Решите уравнение

$$\log_{0,5}\left(\log_4\frac{1}{x}\right) + \log_4(\log_2(16x^2)) = 0.$$

9(2). Решите уравнение

$$x^{\log_7 4} + 5 \cdot 2^{\log_7 x} - 4 = 0.$$

10(2). Решите уравнение

$$\log_4(x^2) + \log_2(x+5) = 2$$

11(3). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 9 \cdot 2^x \cdot 5^y - 5 \cdot 3^{x+y} = 3^x \cdot 5^y, \\ 2^{x-2} \cdot 3^{y-x+1} \cdot 5^{1-y} = 1. \end{cases}$$

Задачи

1(2). Укажите минимальную длину промежутка, в котором расположены все решения неравенства

$$\frac{(2^x - 64)(x - 8)(3^x - 3^6)}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{1}{2}\right)^7} \geq 0.$$

2(2). Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства

$$2^x \leq 3 - \frac{1}{2^x - 1}.$$

3(2). Укажите минимальную длину промежутка, в котором расположены все решения неравенства

$$\sqrt{31-4x}(\sqrt{3} \cdot 4^x - \sqrt{2} \cdot 9^x) \leq 0.$$

4(2). Найдите сумму всех целочисленных решений неравенства

$$\left(\frac{25^x - 28}{5^x - 6} - 3\right)\sqrt{40 + 3x - x^2} \geq 0.$$

5(2). Найдите сумму длин промежутков, являющихся решением неравенства

$$\log_{\frac{1}{2}} \log_8 \frac{x^2 - 2|x|}{|x| - 3} \geq 0.$$

6(2). Найдите сумму всех целочисленных решений неравенства

$$\frac{\log_7 12}{\log_7(x^2 - 9)} \geq \frac{\log_5(x^2 + 8x + 12)}{\log_5(x^2 - 9)}.$$

7(2). Найдите наименьшую длину промежутка, который содержит все решения неравенства

$$\sqrt{70 \frac{1}{8} - x} \cdot \left(\frac{\log_2 x - 3}{6 \log_x 2 - 1} - 2 \right) \leq 0.$$

8(2). Найдите сумму квадратов всех целочисленных решений неравенства

$$\log_{0,5}(\sqrt{5-x} - x + 1) > -3.$$

9(3). Решите неравенство

$$\log_{10-x^2} \left(\frac{16}{5} x - x^2 \right) < 1.$$

10(3). Решите неравенство

$$\log_{x+1}(2x^2 - 3x + 1) \leq 2.$$

11(3). Решите неравенство

$$(25x^2 - 50x + 21) \log_{-4x^2 + 12x - 8} |4x - 5| < 0.$$

12(3). Решите неравенство

$$\log_{\frac{x^2 - 18x + 91}{90}} \left(5x - \frac{3}{10} \right) \leq 0.$$

13(3). Решите неравенство

$$\log_{7x-4} 3 + \frac{1}{\log_2(7x-4)} \geq \frac{1}{\log_6(9x^2 - 2x - 2)}.$$