

## **§2. Логарифмирование и потенцирование**

При решении показательных и логарифмических уравнений особенно часто используются два преобразования: потенцирование и логарифмирование.

рифмирование. Эти преобразования не являются равносильными. Логарифмированием уравнения  $f(x) = g(x)$  по основанию  $a$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) называется переход к уравнению  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ . При этом область существования уравнения сужается, т. к. логарифмы существуют только у положительных чисел.

Например,  $x^3 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = -1, \text{ а } \lg x^3 = \lg x \Leftrightarrow x = 1. \\ x = 1. \end{cases}$  Уравнения не

равносильны, т. к. имеют разные множества решений.

Потенцированием называется переход от уравнения  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$  к уравнению  $f(x) = g(x)$ . При этом область определения расширяется, т. к. второе уравнение может существовать при любых  $f(x), g(x)$ , а первое – только при положительных. Поэтому запишем и запомним:

С11. Если  $f(x) = g(x)$  и  $f(x) > 0$  или  $g(x) > 0$ , то  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ .

С12. Если  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ , то  $f(x) > 0, g(x) > 0$  и  $f(x) = g(x)$ .

При решении логарифмического уравнения достаточно проверить положительность одной из функций, т. к. из последующего их равенства следует положительность и другой. Итак, из С11 и С12 следует условие равносильности

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases} \quad (\text{УР Л1})$$