

§ 4. Решение задач с помощью систем уравнений

Пример 1. Путь от города до посёлка автомобиль проезжает за 2,5 часа. Если он увеличит скорость на 20 км/ч, то за 2 часа он пройдёт путь на 15 км больший, чем расстояние от города до посёлка. Найдите это расстояние.

Δ Обозначим через S расстояние между городом и посёлком и через V скорость автомобиля. Тогда для нахождения S получаем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} 2,5V = S, \\ (V + 20)2 = S + 15. \end{cases}$$

Из первого уравнения $V = \frac{S}{2,5} = \frac{2}{5}S$, подставляем это значение V

во второе уравнение, имеем: $\left(\frac{2}{5}S + 20\right)2 = S + 15$, $\frac{1}{5}S = 25$, $S = 125$.

Ответ: 125 км. ▲

Пример 2. Сумма цифр двузначного числа равна 15. Если эти цифры поменять местами, то получится число, которое на 27 больше исходного. Найдите эти числа.

Δ Пусть данное число \overline{ab} , т. е. число десятков равно a , а число единиц равно b . Из первого условия задачи имеем: $a + b = 15$. Если из числа \overline{ab} вычесть число \overline{ba} , то получится 27, отсюда получаем второе уравнение: $10a + b - (10b + a) = 27$.

$$\text{Решаем систему уравнений } \begin{cases} a + b = 15, \\ 9a - 9b = 27, \end{cases} \quad \begin{cases} a + b = 15, \\ a - 9 = 3. \end{cases}$$

Сложим уравнения последней системы, получаем: $2a = 18$, $a = 9$, тогда $b = 6$. Заданное число 96, второе число 69.

Ответ: 96 и 69. ▲

Пример 3. Имеется сталь двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять каждого из этих сортов стали, чтобы получилось 140 т стали с содержанием никеля 30%?

ΔОбозначим через x массу стали с 5% содержанием никеля и через y массу стали с 40% содержанием никеля. Тогда $x + y = 140$. В x тоннах стали содержится $0,05x$ никеля, а в y тоннах стали содержится $0,4y$ никеля, масса никеля $0,05x + 0,4y$ и это составляет 30% от

140 т, тогда $\frac{3}{10}140 \text{ т} = 42 \text{ т}$. Получили второе уравнение

$0,05x + 0,4y = 42$; умножим обе части уравнения на 20, получим: $x + 8y = 840$. Для нахождения x и y получили систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 140, \\ x + 8y = 840. \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое уравнение, получим: $7y = 700$, $y = 100$, тогда $x = 40$.

Ответ: 40 т, 100 т. ▲