

§ 9. Глаз и очки

Строение глаза (как оптического прибора) показано на рис. 9.1. Прочная шаровидная оболочка глаза, называемая склерой, в передней части более выпукла и совершенно прозрачна. Эта часть называется роговицей (1). За ней находится прозрачная водянистая масса (2), за ней — радужная оболочка (3), в центре которой есть круглое отверстие — зрачок. Диаметр зрачка может изменяться, регулируя тем самым проникающий в глаз световой пучок. Описанное устройство напоминает камеру-обскуру. Сразу за радужной оболочкой находится хрусталик (4), охваченный кольцевой мышцей (5). Задняя внутренняя стенка склеры выстлана сетчаткой (6), состоящей из светочувствительных элементов. Именно от них раздражение по зрительному

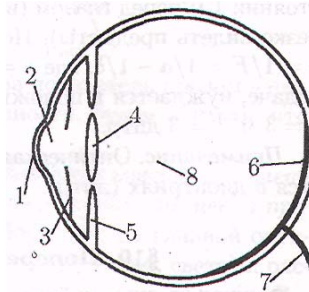


Рис. 9.1

нерву (7) передается в мозг. Пространство между хрусталиком и сетчаткой заполнено стекловидным телом (8). Хрусталик (4) — это своеобразная двояковыпуклая линза, с помощью которой на сетчатке создается резкое изображение рассматриваемых предметов. Кольцевая мышца, охватывая хрусталик и изменяя его кривизну, позволяет все время создавать на сетчатке резкое изображение рассматриваемых предметов, независимо от расстояния до них (этот процесс называется аккомодацией). При нормальном зрении дальняя точка (т. е. наиболее удаленная точка, четко фокусируемая на сетчатке) лежит в бесконечности и фиксируется без усилий. Ближняя точка располагается на расстоянии от 10 до 22 см от глаза (в зависимости от возраста человека).

У разных людей в силу тех или иных причин могут наблюдаться отклонения от указанных границ аккомодации. У близоруких людей дальняя точка лежит на конечном расстоянии (иногда весьма небольшом), а у дальнозорких увеличено расстояние до ближней точки. Чтобы скомпенсировать указанные дефекты зрения обычно применяют очки. Очки позволяют создать изображение предмета на таком расстоянии перед глазом, на котором он может увидеть его резким. Изображение, создаваемое линзами очков, должно быть прямым (какой прок от перевернутого изображения?), а прямое изображение всегда мнимое (абзац, следующий за таблицей в конце § 9). Для человека с нормальным зрением расстояние в 25 см является оптимальным для рассмотрения деталей

предмета без чрезмерного утомления глаз. Это расстояние называется поэтому *расстоянием наилучшего зрения*.

Изложенной выше информации вполне достаточно для того, чтобы суметь правильно подобрать очки или контактные линзы.

Задача 9.1. Дальнозоркий человек резко видит предметы, расположенные не ближе 1 м от него. Какие контактные линзы ему следует носить, чтобы, читая книгу, он держал ее на расстоянии 25 см?

Решение. Книгу следует расположить на расстоянии 25 см от глаза. При этом контактная линза должна создать ее прямое мнимое изображение на расстоянии 1 м перед глазом (ведь именно с такого расстояния человек начинает резко видеть предметы). По формуле линзы определим ее оптическую силу:

$$p = \frac{1}{F} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b},$$
 где $a = 0,25$ м, $b = 1$ м. Человек, о котором говорится в задаче, нуждается в положительных контактных линзах с оптической силой $p = 3\text{ м}^{-1} = 3$ дптр.

Примечание: оптическая сила $p = \frac{1}{F}$, где F выражено в метрах, измеряется в диоптриях (дптр).

§ 10. Поперечное и продольное увеличение

Рассмотрим линейный предмет AB , находящийся перед оптической системой (например, линзой) и его изображение A_1B_1 (см. рис. 10.1). Условно система обозначена прямоугольником.

Определение. *Увеличением* оптической системы называется отношение величины изображения предмета к величине самого предмета.

Здесь полезно выделить два основных случая.

1) Предмет лежит в плоскости, расположенной перпендикулярно главной оптической оси системы. Возникающее при этом увеличение называется *поперечным*. Будем обозначать его буквой Γ .

Для тонких линз все необходимые формулы вы можете получить самостоятельно, поэтому ниже предлагается только окончательный результат:

$$\Gamma = \frac{b}{a} = \frac{b-F}{F} = \frac{F}{a-F}. \quad (10.1)$$

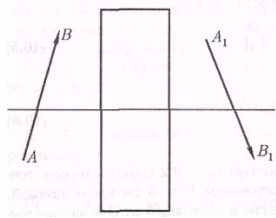


Рис. 10.1

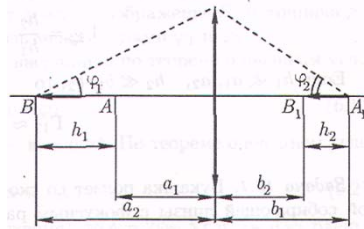


Рис. 10.2

Все размеры следует брать с соответствующими знаками.

Иногда наряду с поперечным увеличением Γ используют *угловое увеличение* Γ_φ . По определению

$$\Gamma_\varphi = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \quad (10.2)$$

Углы φ_1 и φ_2 изображены на рис. 10.2. Несложно доказать, что $\Gamma_\varphi \Gamma = 1$.

2. Предмет расположен вдоль главной оптической оси и лежит на ней. Возникающее при этом увеличение называется *продольным*. Получим формулу для продольного увеличения, создаваемого тонкой линзой.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1}. \quad (10.3)$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2}. \quad (10.4)$$

Объединим (10.3) и (10.4)

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} \Rightarrow \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 b_2} \Rightarrow \frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1} = \frac{b_1}{a_1} \frac{b_2}{a_2}.$$

Поскольку

$$|b_1 - b_2| = h_2, \quad |a_2 - a_1| = h_1 \quad \text{и} \quad \frac{b_1}{a_1} = \Gamma_1, \quad \frac{b_2}{a_2} = \Gamma_2,$$

окончательно запишем, что продольное увеличение

$$\Gamma_{12} = \frac{h_2}{h_1} = \Gamma_1 \Gamma_2 \quad (10.5)$$

$$\text{Если } h_1 \ll a_1, a_2 \quad h_2 \ll b_1, b_2, \quad \text{то} \quad \Gamma_{12} \approx \Gamma^2. \quad (10.6)$$

Задача 10.1. Букашка ползет со скоростью $v_0 = 0,2$ см/с в сторону тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 6$ см вдоль прямой, параллельной главной оптической оси линзы и отстоящей от оси на расстояние $a = 3$ см (см. рис. 10.3). Найти скорость перемещения изображения букашки, когда она находится на расстоянии $\frac{F}{2}$ от плоскости линзы. (МФТИ).

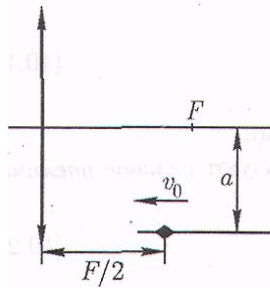


Рис. 10.3

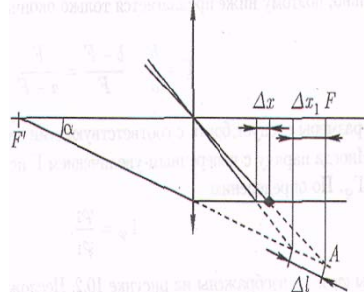


Рис. 10.4

Решение. Допустим, что за малый промежуток времени Δt букашка проползла расстояние $\Delta x = v_0 \Delta t$. В соответствии с формулой (10.5) изображение букашки сместится вдоль оси линзы на расстояние $\Delta x_1 = \Delta x \Gamma^2$, где согласно (10.1) $\Gamma = \frac{F}{(a - F)} = -2$. Знак «минус» означает, что изображение мнимое, т. е. находится с той же стороны от линзы, что и букашка (рис. 10.4). Из рисунка видно, что перемещение изображения букашки $\Delta l = \Delta x_1 / \cos \alpha$.

В прямоугольном треугольнике $F'FA$ катеты AF и FF' относятся, как 1:2. Отсюда находим $\cos \alpha = 2/\sqrt{5}$. Следовательно скорость перемещения изображения букашки

$$v_1 = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1}{\cos \alpha \cdot \Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\Gamma^2}{\cos \alpha} = v_0 \frac{\Gamma^2}{\cos \alpha}.$$

Численный ответ: $v_1 \approx 0,9$ см/с.

Примечание. В данной задаче приближения параксиальной оптики не выполняются, поэтому использованные нами формулы также неточны. Полученный ответ нужно рассматривать только, как весьма приближенный, и вычис-

ление U_1 с большей точностью не правомерно (в решениях этой задачи автор встречал ответ $U_1 = 0,894$ см/с).

Иногда требуется получить увеличенное мнимое изображение мелких предметов. В этом случае применяют лупу или микроскоп.

Лупа — это положительная линза с небольшим фокусным расстоянием ($20 \text{ мм} < F < 100 \text{ мм}$), располагаемая между рассматриваемым предметом и глазом. Обычно расстояние от лупы до глаза близко к величине фокусного расстояния лупы, а предмет располагают на таком расстоянии от лупы, чтобы его мнимое изображение находилось на расстоянии наилучшего зрения a_n .

При этом оказывается, что видимое увеличение предмета

$$N = \frac{a_n}{F}. \quad (10.7)$$

Микроскоп, как и лупа, увеличивает видимые угловые размеры исследуемых объектов. Но поскольку фокусное расстояние системы линз, входящих в микроскоп, еще меньше, чем у лупы (10.7), то микроскоп может увеличивать в несколько сот раз!