

Контрольные вопросы

1(3). Определите, является ли заданная функция четной, нечетной или функцией общего вида.

а) $y = 7x^8 - 5|x|$;

б) $y = \sqrt{1+7x}$;

в) $y = \frac{3x^3}{x^8 - 1}$.

2(3). (МГУ, 2000, ф-т почвоведения) Пусть $f(x)$ – периодическая функция с периодом 1, такая, что $f(x) = x^2$ при $x \in [0;1]$. Решите уравнение $f(2x+5) + 2f(x) = 1$.

3(3). Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$f(x) = 4 \sin 7x - 11 \cos 7x + 13.$$

4(2). Решите уравнение $\sin^2 2x = \cos 2x$.

5(2). Решите уравнение $\cos 2x = \sin x$.

6(2). (МГУ, 2001, ф-т наук о материалах) Решите уравнение

$$3 \cos 2x - 6 \sin x - 2 = 0.$$

7(2). (МГУ, 1995, химфак) Решите уравнение $\cos 2x = 2(\cos x - \sin x)$.

8(2). (МГУ, 2000, химфак) Решите уравнение $\cos 5x + \sin x \cdot \sin 4x = 0$.

9(3). (МГУ, 2001, геогр. ф-т) Решите уравнение

$$|\cos x| - \sqrt{3} \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) = 1.$$

10(3). (МГУ, 2005, почв.) Решите уравнение

$$\cos(\sqrt{2} \arcsin x) = 0.$$

11(3). (МГУ, 2001, химфак) Решите уравнение

$$\arcsin \frac{6x-7}{2x-1} = \pi(2-x).$$

12(3). Сравнить числа $\frac{2\pi}{5}$ и $\arccos \frac{3}{10}$.

Задачи

1(3). (МФТИ, 2002) Решите уравнение $\operatorname{arctg} \frac{2x-1}{x} + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$.

2(3). (МГУ, 2005, филфак) Решите уравнение

$$2 + \sin t = 3 \operatorname{tg} \frac{t}{2}.$$

3(4). (МГУ, 1991, химфак) Решите уравнение

$$\frac{4}{3} \cos^4 x + \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{1}{4} \cos 2x + \cos^2 x \cos 12x.$$

4(3). (МГУ, 1994, химфак) Решите уравнение

$$\sqrt{\sin 2x} = \sqrt{3(\cos x + \sin x) - 3}.$$

5(3). Решить уравнение $\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = -9 \operatorname{ctg}^2 x - 1$.

6(2). Решите неравенство $\sin |x| \geq \left| \frac{2x}{\pi} \right|$.

7(4). Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sin x \cos y = \frac{3}{4}, \\ \cos x \sin y = -\frac{1}{4}. \end{cases}$$

8(4). Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sin x \sin (x + y) = \frac{1}{2} \cos x, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

9(4). (МФТИ, 2001) Решите уравнение

$$\frac{\sin^3 x \cdot \cos 3x}{\cos x} + \cos^2 x \cdot \sin 3x = 6 \cos 2x \cdot \sin^2 x.$$

10(4). (МФТИ, 2001) Решите уравнение

$$\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} 3x = \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x}.$$

11(4). (МФТИ, 2005, март) Решите уравнение

$$(3 \sin x + 4 \cos x)(20 + 12 \sin x + 5 \cos 2x) = 143.$$

12(4). (МГУ, 2006, мехмат) Решите уравнение

$$|1 - 2 \sin x + \cos x| + 2 \sin x + 1 = \cos 2x.$$