**Федеральное агентство по образованию**
**Федеральная заочная физико-техническая школа**
**при Московском физико – техническом институте**
**(государственном университете)**

**ФИЗИКА**

# Динамика

Задание №3 для 9-х классов

(2006-2007 учебный год)

г. Долгопрудный, 2006

*Составитель*: А.Ю. Чугунов, магистр естественных наук.

Физика: задание №3 для 9-х классов (2006-2007 учебный год). - М.: МФТИ, 2006, 24с.

Составитель:
**Чугунов Алексей Юрьевич**
Изд. лиц. №040060 от 21.08.96г. Подписано 25.10.06
Формат 60x90 1/16. Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,5
Уч.-изд. л. 1,33. Тираж 2400. Заказ №7-з.

Федеральная заочная физико-техническая школа
Московский физико-технический институт
(государственный университет)
«ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»

141700, Москов. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
ФЗФТШ при МФТИ, тел/факс (495) 408-5145 – **заочное отделение**
тел./факс (495) 409-9351 – **очно-заочное отделение**
тел.409-9583 – **очное отделение**

***E.mail: zftsh@pop3.mipt.ru***

**Наш сайт: www.school.mipt.ru**

## Введение

В *динамике* механическое движение изучается в связи с причинами, вызывающими тот или иной его характер.

Напомним, что, изучая механику, мы рассматриваем движение не самих реальных тел, а их моделей. В предлагаемом задании такой моделью будет служить *материальная точка,* как наиболее простой объект (тело), геометрическими размерами которого в конкретной задаче можно пренебречь по сравнению с другими характерными размерами (или расстояниями) и считать, что вся масса тела сосредоточена в одной точке. О тонкостях применения такой модели подробно говорилось в предыдущем задании по физике, а здесь лишь напомним, что исключительно ради наглядности при использовании модели материальной точки мы будем изображать на рисунках тела, геометрические размеры которых не равны нулю.

Для успешной работы над заданием Вам будет также полезно использование материала школьных учебников по физике.

## §1. Первый закон Ньютона.
## Инерциальные системы отсчета

Всякое тело, движется оно или покоится, окружено множеством других тел, и в результате воздействия с их стороны, как свидетельствуют многочисленные опытные факты, происходят те или иные изменения в состоянии движения (покоя) рассматриваемого тела.

**Первый закон Ньютона (закон инерции)** утверждает, что *тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения (движения по инерции) до тех пор, пока воздействия со стороны других тел не выведут его из этого состояния.*

Известно, что движение (и покой) следует рассматривать относительно какой-либо определенной системы отсчета. Следовательно, *существуют системы отсчета, относительно которых тело, не испытывающее на себе воздействия других тел (свободное тело), покоится или движется равномерно и прямолинейно.* Такие системы отсчета называются *инерциальными* и именно в этих системах отсчета справедливы законы Ньютона.

Установить, является ли данная система отсчета инерциальной или нет, можно только опытным путем. В большинстве случаев *можно считать инерциальной систему отсчета, связанную с Землей или с телами отсчета, которые по отношению к земной поверхности движутся прямолинейно и равномерно.* Если же тело отсчета движется с ускорением, то система отсчета, связанная с ним, называется *неинерциальной,* и в ней первый закон Ньютона несправедлив. Неинерциальными являются, например, системы отсчета, связанные с тормозящим или разгоняющимся автомобилем, с телом, вращающимся на нити и т.п.

В дальнейшем мы будем рассматривать явления только в инерциальных системах отсчета.

Итак, из совокупности многочисленных опытных фактов следует, что *изменение скорости данного тела (т.е. ускорение) всегда вызывается воздействием на данное тело каких-либо других тел.* В этом заключается **основное положение механики.**

 

● **ЗАМЕЧАНИЕ.** Может оказаться, что в выбранной инерциальной системе отсчета тело покоится или движется равномерно и прямолинейно $(\vec{a} = 0)$ и при этом на него действуют другие тела, но никогда не бывает так, чтобы ускорение тела было отлично от нуля, а воздействие на данное тело других тел отсутствовало бы. ●

## §2. Взаимодействие тел. Сила

Любое действие тел друг на друга носит характер *взаимодействия.* Это означает следующее: если тело $A$ действует на тело $B$, то всегда одновременно тело $B$ действует на тело $A$ (при этом непосредственный контакт между телами вовсе не обязателен).

*Количественную меру взаимодействия тел, в результате которого тела могут сообщать друг другу ускорения, в механике называют силой.*

Сила является *векторной величиной* и характеризуется а) *направлением,* б) *модулем* (числовым значением) и в) *точкой приложения* (т.е. телом, к которому она приложена). Силу принято обозначать через $\vec{F}$.

Если на тело действует сила $\vec{F}$ (т.е. действует другое тело), то, как показывает опыт, ускорение $\vec{a}$, которое приобретает данное тело прямо пропорционально этой силе: $\vec{a} \sim \vec{F}$.

Чтобы определить величину (модуль) какой-либо силы, необходимо сравнить ее с эталоном. *Две силы считаются равными по модулю и противоположно направленными, если при одновременном действии на одно и то же тело они не сообщают ему ускорения (не меняют скорости тела).* Таким образом можно сравнивать силы и измерять их (если одну из них выбрать в качестве эталона). На практике для измерения силы часто используют динамометр – пружину, проградуированную на разные значения силы. Единицей измерения силы в системе СИ служит *Ньютон* (Í ).

Часто встречаются случаи, когда на тело действуют несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots$. Тогда бывает удобно заменить их одной силой, которая производит на тело такое же действие, как и несколько одновременно действующих сил. Такую силу (если она существует) называют *равнодействующей* $\vec{F}$. Нахождение равнодействующей нескольких сил осуществляется с помощью известных правил векторного сложения: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$. Из опыта известно, что в этом случае справедлив принцип независимости действия сил, согласно которому ускорение, вызванное действием какой-либо одной силы не зависит от действия других сил. Общее ускорение тела будет при этом прямо пропорционально равнодействующей сил:

$$\vec{a} \sim \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots .$$

В свою очередь для решения многих задач бывает необходимо найти несколько сил (чаще – две), которые своим совместным действием могли бы заменить одну данную силу. Такую операцию называют *разложением* данной силы *на составляющие.*

О нахождении равнодействующей силы и о способах разложения сил на составляющие подробно говорилось в задании №1 по физике и здесь мы повторяться не будем.

**§3. Второй закон Ньютона**

Свойство тел, которое выражается в тенденции сохранять во времени свое состояние (скорость движения, направление движения, состояние покоя и т.п.) называют *инертностью.* В механике инертность тела принято характеризовать его *массой* или, как говорят, *инертной массой.* Масса тела в системе СИ измеряется в *килограммах (кг).*

**Второй закон Ньютона** утверждает, что в инерциальной системе отсчёта *ускорение* $\vec{a}$ *тела прямо пропорционально равнодействующей* $\vec{F}$ *всех приложенных к телу сил и обратно пропорционально массе тела:*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

В более удобной записи второй закон Ньютона принимает вид:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad (1)$$

Видим, что векторы $\vec{F}$ и $\vec{a}$ коллинеарные (см. задание №1 по физике) и, так как масса $m$ тела – величина положительная, направления этих векторов одинаковы. В свою очередь направления скорости тела и перемещения тела могут не совпадать с направлением $\vec{F}.$

Дадим также иную формулировку второго закона Ньютона, для чего введем новую физическую величину – *импульс тела.*

*Импульсом* $\vec{p}$ *тела называют произведение массы тела на его скорость:* $\vec{p} = m\vec{v}.$ Импульс является векторной величиной и зависит одновременно как от состояния движения тела (скорости), так и от его инертных свойств (массы).

Пусть в некоторый начальный момент времени $t_1$ импульс тела имел значение $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$, а в последующий момент времени $t_2$ приобрел новое значение $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$ (при этом масса тела с течением времени не изменилась). Тогда можно сказать, что за интервал времени $\Delta t = t_2 - t_1$ импульс изменился на величину $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1).$

Если интервал времени $\Delta t$ устремить к нулю $(\Delta t \to 0)$, то приращение импульса тела также устремится к нулю, но отношение $\Delta\vec{p} / \Delta t$ будет стремиться к некоторой конечной величине. Действительно,

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Из кинематики известно, что при $\Delta t \to 0$ отношение $\Delta\vec{v} / \Delta t$ равно ускорению $\vec{a}$ тела, значит $\Delta\vec{p} / \Delta t = m\vec{a}.$ Но в соответствии с (1) $m\vec{a} = \vec{F}$, следовательно $\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$ при $\Delta t \to 0.$

Полученное уравнение можно переписать иначе:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t. \qquad (2)$$

Произведение силы на время ее действия называют *импульсом силы.* (На очень маленьком интервале времени силу можно считать неизменной.) Таким образом, в соответствии с (2), *приращение импульса тела равно импульсу равнодействующей $\vec{F}$ всех сил, действующих на тело.* В этом и заключается другая формулировка второго закона Ньютона. Если масса тела не изменяется, то обе формулировки второго закона Ньютона эквивалентны.

Если равнодействующая сила $\vec{F}$ постоянна, то из уравнения (2) можно непосредственно найти приращение импульса тела за любой (не обязательно малый) промежуток времени $\tau$ :

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F}\tau. \qquad (3)$$

Выражение (3) легко получить, если записать ряд уравнений (2) для следующих друг за другом интервалов времени $\Delta t_1, \Delta t_2, \ldots,$ а потом все эти уравнения сложить $(\tau = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \ldots)$.

В этом случае график зависимости модуля $F$ равнодействующей силы от времени имеет вид прямой, параллельной оси абсцисс (рис. 1а), а импульс си-

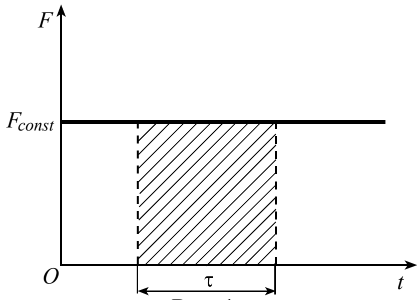


**Рис. 1а**

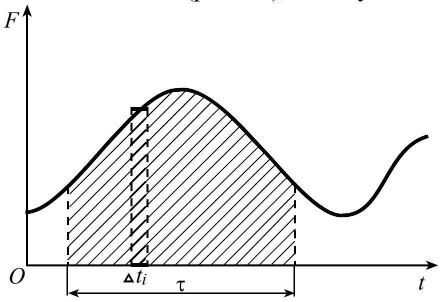


**Рис.1б**

лы за произвольный промежуток времени $\tau$ численно равен площади прямоугольника, заштрихованного на рисунке. Этой же площади численно равно и изменение импульса тела.

Если же равнодействующая сила изменяется по модулю с течением времени, то график зависимости $F(t)$ может иметь произвольную форму, соответствующую конкретному случаю. Однако и в общем случае импульс такой силы за произвольный промежуток времени $\tau$ численно равен площади под графиком $F(t)$ (рис. 1б). Чтобы вычислить эту площадь промежуток времени $\tau$ разбивают на множество сколь угодно малых интервалов $\Delta t_1, \Delta t_2, \ldots$ таких, что на каждом из них силу $F$ можно считать постоянной. Затем в соответствии с формулой (2) вычисляют импульс силы на каждом интервале $\Delta t_i (i = 1, 2, \ldots)$ и полученные значения суммируют для всех $\Delta t_i$. Графически это выглядит как суммирование площадей вертикальных “столбиков”, подобных изображенному на рис. 1б для $\Delta t_i$.

 

Подсчитать такую сумму в рамках школьной программы бывает сложно. Поэтому часто (там, где это целесообразно) реальную силу $F$ заменяют некоторой средней постоянной во времени силой $F_{ср}$ так, чтобы импульс силы $F_{ср}$ за промежуток времени $\tau$ был равен импульсу реальной переменной силы за то же время. Заметим, что указанная сила $F_{ср}$ является *средней по времени* силой. Графически это выражается в том, что площадь под графиками реальной силы $F(t)$ и средней силы $F_{ср}$ за промежуток времени $\tau$ одинаковы и равны $F_{ср}\cdot\tau$ (рис. 1в).

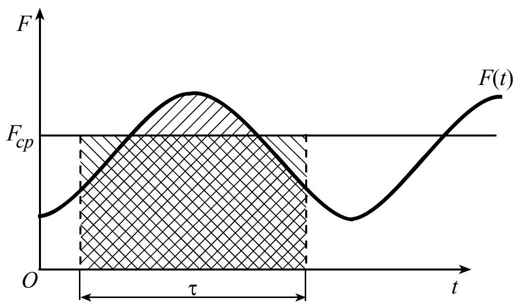


**Рис. 1в**

● **ПРИМЕР 1.** Футболист бьет по мячу со средней силой $F_{ср} = 500\text{Н}$. После удара мяч полетел со скоростью $v = 20$ м/с. Определить время $\tau$ удара по мячу. Масса мяча $m = 0{,}5\text{кг}$. Действием других сил за время удара пренебречь. Первоначально мяч покоился на поверхности земли.

**РЕШЕНИЕ.** При ударе на мяч со стороны ноги футболиста действует сила, которая, вообще говоря, не остается постоянной, а как-то *изменяется за время взаимодействия.* Качественная зависимость этой силы при ударе показана на рис.1г сплошной линией. Однако практически никогда конкретный аналитический вид такой зависимости неизвестен. В условии, поэтому, говорится о некоторой средней силе $F_{ср}$ удара, то есть о такой *постоянной силе,* импульс которой за время $\tau$ удара по мячу равен импульсу реальной переменной силы.

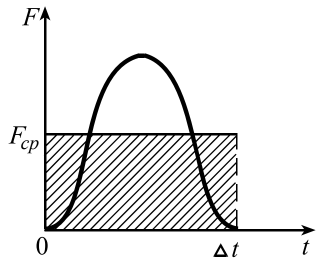


**Рис. 1г**

Импульс средней силы равен $F_{ср}\cdot\tau$. Поскольку первоначально мяч покоился, то его начальный импульс равен нулю. После удара мяч приобретает скорость $\vec{v}$ и, следовательно, его конечный импульс равен $m\vec{v}$. Таким образом, приращение импульса мяча равно $\Delta\vec{p} = m\vec{v}$. В соответствии с формулой (3) векторы $\Delta\vec{p}$ и $\vec{F}$ сонаправлены, поэтому в нашем случае можно записать эту формулу в скалярном виде: $mv = F_{ср}\,\tau$. (По условию, действием других сил за время $\tau$ мы пренебрегаем). Отсюда легко находим время $\tau$ удара футболиста по мячу: $\tau = \dfrac{mv}{F_{ср}} = 0,02с.$ ●

### §4. Третий закон Ньютона

Ранее уже говорилось о том, что любое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия. Ньютон сформулировал следующее общее свойство сил взаимодействия в инерциальных системах отсчета, известное как третий закон Ньютона: *силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю, противоположны по направлению и приложены соответственно к взаимодействующим телам.*

Иными словами, если на тело $A$ со стороны тела $B$ действует сила $\vec{F}_{AB}$ (рис. 2), то одновременно на тело $B$ со стороны тела $A$ будет действовать сила $\vec{F}_{BA}$, причем

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}. \qquad (4)$$

Важно понимать, что силы, о которых идет речь в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам и, следовательно, они не могут уравновешиваться. Их нельзя складывать или вычитать.

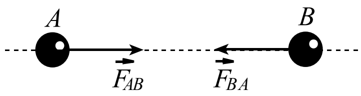

**Рис. 2**

Равенство сил по модулю при взаимодействии имеет место всегда и не зависит от того, движутся ли взаимодействующие тела или находятся в относительном покое. В инерциальных системах отсчета все силы возникают (или исчезают) только парами.

Третий закон Ньютона распространяется также и на системы из произвольного числа тел (материальных точек). Надо лишь иметь в виду, что в этом случае следует рассматривать силы попарного взаимодействия между телами, входящими в систему.

● **ПРИМЕР 2.** В результате взаимодействия двух тел массами $m_1 = 2кг$ и $m_2 = 4кг$ первое тело приобрело ускорение $a_1 = 3м/с^2$. Чему равно ускорение $a_2$, приобретенное вторым телом?

**РЕШЕНИЕ.** Не вдаваясь в конкретный характер взаимодействия тел, можно сказать, что силы, с которыми взаимодействуют тела, удовлетворяют равенству (4). С учетом второго закона Ньютона (1) это равенство можно переписать в виде:

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2. \qquad (*)$$

Отсюда для модулей ускорений тел следует, что $\dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{m_1}{m_2}$.

Иными словами, отношение модулей ускорений двух взаимодействующих друг с другом тел определяется их массами и не зависит от характера действующих между телами сил. Из полученного равенства легко находим $a_2$:

 

$$a_2 = \frac{m_1}{m_2} a_1 = 1{,}5 \text{м/с}^2.$$

Направление ускорения $\vec{a}_2$ согласно (*) противоположно направлению ускорения $\vec{a}_1$ первого тела. ●

## §5. Силы

Запись второго закона Ньютона в виде формулы (1) нельзя трактовать, как равенство двух сил $\vec{F}$ и $m\vec{a}$. Эта запись представляет собой лишь выражение равнодействующей силы через массу тела и вызванное этой силой ускорение. В динамике взаимодействия тел считаются заданными, поэтому конкретные выражения для сил, входящих в законы динамики, должны быть взяты из тех разделов физики, где изучается их природа.

В механике обычно имеют дело с силами тяготения, упругости и трения (сопротивления). Подробно эти силы изучаются в школьном курсе физики. Здесь лишь напомним основные выражения для этих сил и вкратце рассмотрим условия их применимости.

**5*.1. Силы гравитационного притяжения. Сила тяжести.*** В соответствии с *законом всемирного тяготения* сила гравитационного притяжения между двумя материальными точками в вакууме прямо пропорциональна произведению масс точек $m_1$ и $m_2$, обратно пропорциональна квадрату расстояния $r$ между ними и направлена по прямой, соединяющей эти точки:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (5)$$

где $\gamma$ – гравитационная постоянная, $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$.

Фигурирующие в этой формуле массы называют *гравитационными* в отличие от *инертной* массы, входящей во 2-й закон Ньютона. На опыте, однако, установлено, что гравитационная и инертная массы любого тела равны и можно говорить просто о массе тела, которая выступает и как мера инертности тела, и как мера гравитационного взаимодействия.

Закон тяготения в форме (5) сформулирован для материальных точек. Можно, однако, показать, что однородные тела, имеющие шарообразную форму, даже если их размеры не малы по сравнению с расстоянием между ними, также взаимодействуют с силой, определяемой формулой (5), где $r$ в этом случае – расстояние между центрами шаров, а силы направлены вдоль прямой, соединяющей центры шаров.

● **ПРИМЕР 3.** Во сколько раз и как изменится сила гравитационного притяжения двух однородных шаров, если их заменить шарами из того же материала, увеличив в три раза радиус каждого? В обоих случаях шары соприкасаются друг с другом.

**РЕШЕНИЕ.** Пусть радиусы шаров равны $R_1$ и $R_2$, а плотности материалов шаров соответственно $\rho_1$ и $\rho_2$. Тогда для масс шаров имеем:

$$m_1 = \rho_1 \cdot V_1 = \rho_1 \cdot \frac{4}{3}\pi R_1^3, \;\; m_2 = \rho_2 \cdot V_2 = \rho_2 \cdot \frac{4}{3}\pi R_2^3.$$

Поскольку шары соприкасаются друг с другом, то расстояние между их центрами равно $R_1 + R_2$, и, следовательно, сила $F_1$ гравитационного притяжения между шарами в соответствии с формулой (5) равна

$$F_1 = \gamma \frac{\left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 \rho_1 \rho_2 R_1^3 R_2^3}{(R_1 + R_2)^2}.$$

При увеличении радиусов шаров в три раза расстояние между их центрами также увеличивается в три раза, а масса каждого шара возрастает в $3^3 = 27$ раз. Сила гравитационного притяжения между шарами будет:

$$F_2 = \gamma \frac{\left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 \rho_1 \rho_2 (3R_1)^3 \cdot (3R_2)^3}{(3R_1 + 3R_2)^2} = 81\gamma \frac{\left(\frac{4}{3}\pi\right)^2 \rho_1 \rho_2 R_1^{\ 3} \cdot R_2^{\ 3}}{(R_1 + R_2)^2}.$$

Видим, что $F_2 = 81F_1$. Следовательно, сила гравитационного притяжения между шарами увеличится в 81 раз. ●

Любое тело на Земле испытывает действие силы гравитационного притяжения к ней. Эта сила называется *силой тяжести* и равна,

$$\vec{F} = m\vec{g}, \tag{6}$$

где $m$ – масса тела, $\vec{g}$ – ускорение свободного падения (ускорение, которое земной шар сообщает любым телам независимо от их массы).

Сила тяжести направлена к центру Земли *(по вертикали)*. Заметим, что по третьему закону Ньютона равная по модулю сила приложена к Земле и направлена к телу. (Заметим, также, что мы не учитываем вращение Земли).

Модуль вектора $\vec{g}$ можно определить с помощью формулы (5). Ввиду большого значения радиуса Земли $R_З \approx 6370$ км, расстоянием между телом и поверхностью Земли можно пренебречь и считать, что расстояние между телом и Землей равно $R_З$. Тогда в соответствии с (5) и (6) модуль силы тяжести равен $mg = \gamma \frac{mM_З}{R_З^2}$, где $m$ – масса тела, $M_З$ – масса Земли. Откуда видим, что $g = \gamma \frac{M_З}{R_З^2}$.

Следует заметить, что сила тяжести является постоянной по модулю только на определенной широте у поверхности Земли. Поскольку Земля имеет не идеально шарообразную форму, то на разных широтах радиус Земли имеет несколько различные значения и, следовательно, ускорение свободного падения (а значит и сила тяжести) на разных широтах также различно по модулю. В большинстве задач, однако, такими отличиями пренебрегают и считают, что для Земли $g \approx 9{,}8\ \text{м/с}^2$.

Аналогичные рассуждения и соотношения справедливы, также, и для других планет и космических тел шарообразной формы.

 

● **ПРИМЕР 4.** Чему равно ускорение свободного падения на поверхности планеты, масса которой в 3 раза больше массы Земли, а радиус в 2 раза больше радиуса Земли?

**РЕШЕНИЕ.** Воспользуемся уже известным соотношением: $g_1 = \gamma \frac{M}{R^2}$.

Здесь $g_1$ – ускорение свободного падения на планете, $M$ – масса планеты, а $R$ – радиус планеты. По условию $M = 3M_З$, а $R = 2R_З$. Следовательно:

$$g_1 = \gamma \frac{3M_З}{4R_З{}^2} = \frac{3}{4} g.$$

где $g$ – ускорение свободного падения на поверхности Земли. Таким образом $g_1 \approx 7,4\,\text{м/с}^2$. ●

**5.2.** ***Сила упругости.*** *Силами упругости обычно называют силы, возникающие при деформации тела и зависящие от величины этой деформации.* Под деформацией понимают изменение формы или объема тела.

Деформация тела возникает в том случае, когда его различные части испытывают различные перемещения. Например, при растяжении или сжатии пружины больше всего смещаются края пружины, а ее середина практически остается на месте (при таком рассмотрении, заметим, пружина не является материальной точкой).

Направление сил упругости противоположно направлению относительного смещения частиц тела при деформации (тело как бы сопротивляется стремлению его деформировать). Примерами таких сил являются силы упругой деформации при растяжении (или сжатии) пружины, резинового шнура, нити, металлического стержня и т.п.

При малых деформациях тел связь силы упругости с величиной деформации была экспериментально установлена английским физиком Р. Гуком, современником Ньютона. Для приведенных выше примеров в соответствии с законом Гука *модуль силы упругости $F_у$ прямо пропорционален изменению $x$ длины тела (пружины, шнура, нити, стержня):*

$$F_у = kx. \tag{7}$$

Здесь $k$ – положительный коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом упругости.* Он зависит от «упругих» свойств конкретного деформируемого тела. Величина $x$ равна модулю разности длины тела в недеформированном состоянии и его длины в состоянии деформации. Направление силы $F_у$ противоположно направлению деформации. Приложена сила упругости к телу, вызывающему деформацию данного тела. Например, если груз висит на пружине, то сила упругости пружины приложена к грузу.

Силу упругости, действующую на тело со стороны пружины, нити, опоры и т.п., часто называют силой реакции связи, а именно: силой упругости пружины, силой натяжения нити, силой реакции опоры и т.п.

● **ЗАМЕЧАНИЕ**. Хотя силы упругости появляются только при деформациях, не всегда деформация приводит к появлению сил упругости. Силы упругости возникают в телах, способных восстанавливать свою форму (или объем) после прекращения действия сил, вызвавших деформацию. Но наряду с такими телами имеются и так называемые пластичные тела, которые после деформации своей формы не восстанавливают (например, мокрая глина, свинцовый шарик и т.п.). При деформациях этих тел также возникает сила, но это не сила упругости, так как ее значение зависит не от величины деформации, а от скорости, с которой эта деформация производится. Эти силы мы рассматривать не будем. ●

Одной из причин, вызывающих деформацию тел, является действие силы тяжести. Именно за счет этой силы возникают деформации, приводящие к появлению *веса тела* и *силы реакции опоры.*

***5.3. Вес тела.*** *Весом тела называют силу, с которой тело вследствие его притяжения к Земле действует на опору (или подвес), неподвижную относительно данного тела.* Если сила тяжести является результатом взаимодействия тела с Землей, то вес тела появляется в результате совсем другого взаимодействия – взаимодействия тела и опоры (или подвеса). Поэтому вес обладает особенностями, существенно отличающими его от силы тяжести. В частности, эти силы приложены к разным телам, и, кроме того, вес существенно зависит от ускорения, с которым движутся совместно опора (подвес) и тело.

● **ПРИМЕР 5**. Определить вес чемодана массой $m$, стоящего на полу лифта, в трех случаях, когда относительно поверхности земли лифт 1) покоится, 2) движется с ускорением $\vec{a}$, направленным вертикально вверх, 3) движется с ускорением $\vec{a}$, направленным вертикально вниз.

**РЕШЕНИЕ.** Во всех трех случаях опорой для чемодана служит пол лифта. На чемодан действуют сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила реакции опоры $\vec{N}$, направленная вертикально вверх. На пол лифта со стороны чемодана действует вес $\vec{P}$ чемодана, направленный вертикально вниз. Вес приложен к опоре (к полу). По третьему закону Ньютона вес чемодана и сила реакции опоры равны по модулю $P = N$.

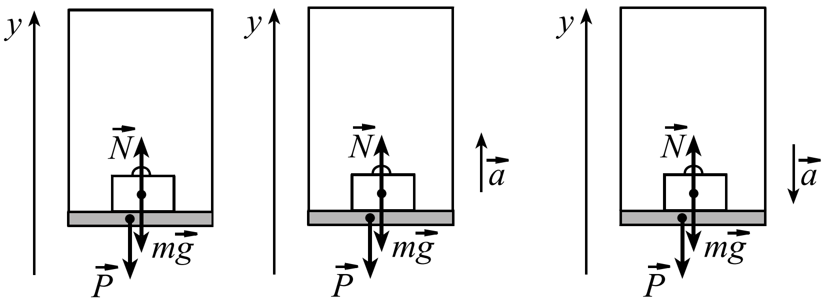


**Рис. 3а** **Рис. 3б** **Рис. 3в**

Уравнение (1) для чемодана в нашем примере имеет вид:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}. \qquad (*)$$

Поскольку все силы направлены вертикально и движение происходит в вертикальном направлении, то при выборе системы координат нам будет достаточно одной вертикальной оси $y$.

**1)** В первом случае (рис. 3а) лифт и чемодан неподвижны относительно земли, следовательно ускорение чемодана равно нулю (как и его скорость), и уравнение (*) в проекциях на ось $y$ дает: $0 = N - mg$.

Откуда находим $N = mg$ и, следовательно, $P = mg$. Таким образом, *вес чемодана равен по модулю действующей на чемодан силе тяжести.*

**2)** Во втором случае уравнение (*) в проекциях на ось $y$ принимает вид $ma = N - mg$. Откуда для силы реакции опоры получаем

$$N = mg + ma = m(g + a).$$

Как видим, сила взаимодействия чемодана с лифтом изменилась. Откуда чемодан «узнал», что ему нужно подниматься вместе с лифтом с ускорением $\vec{a}$? Только через взаимодействие с полом лифта (с опорой). Таким образом, в этом случае модуль веса чемодана равен $P = m(g + a)$.

**3)** В третьем случае уравнение (*) в проекциях на ось $y$ запишется в виде: $-ma = N - mg$. Отсюда определяем $N = mg - ma = m(g - a)$. Следовательно, в этом случае вес чемодана численно равен $P = m(g - a)$.

Интересно заметить, что, если в этом случае ускорение $\vec{a}$ лифта (и чемодана) будет равно $\vec{g}$, то вес чемодана и сила реакции опоры обратятся в нуль. Иными словами, наступит так называемое *состояние невесомости.* Но, несмотря на равенство нулю веса чемодана, сила тяжести будет действовать на него по-прежнему.

Самостоятельно проанализируйте ситуацию, когда в последнем случае $a > g$. ●

***5.4. Силы трения.*** Во многих задачах приходится рассматривать трение тел друг о друга. Пусть *тело 1* движется (скользит) с некоторой скоростью $\vec{v}$ относительно *тела 2* (рис.4). При наличии трения силу $\vec{R}$, с которой одно тело действует на другое, удобно рассматривать, как векторную сумму двух сил (рис. 4): силы $\vec{N}$, направленной перпендикулярно к поверхности контакта (это *сила нормальной реакции опоры,* с которой мы уже встречались в примере 5, где она действовала на чемодан со стороны пола лифта), и *силы трения $\vec{F}_{тр}$ скольжения,* направленной по касательной к поверхности контакта. (Заметим, что такие же по модулю, но противоположные по направлению, силы действуют на *тело 2* со стороны *тела 1.*) Удобство заключается в том, что при скольжении тел относительно друг друга модули этих составляющих связаны между собой *законом Кулона-Амонтона,* установленным экспериментальным путем:

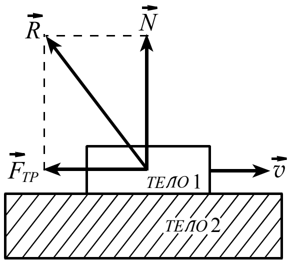


**Рис. 4**

$$F_{тр} = \mu N. \tag{8}$$

Положительный *коэффициент трения* $\mu$ зависит от рода соприкасающихся поверхностей. Обычно пренебрегают слабой зависимостью силы трения от площади контакта и от величины относительной скорости тел.

Сила трения вызывается зацеплением неровностей поверхностей тел, упругими деформациями этих неровностей и сцеплением их в тех местах, где расстояние между частицами столь мало, что возможно межмолекулярное притяжение.

На практике часто можно наблюдать случаи, когда при наличии внешнего воздействия на одно из соприкасающихся тел, относительное движение этих тел (т.е. *скольжение*) отсутствует. Пусть, например, на *тело 1* действует некоторая внешняя сила, но проскальзывание тел отсутствует. Это означает, что на *тело 1* действует со стороны *тела 2* другая сила, направленная противоположно составляющей внешней силы вдоль касательной к поверхности соприкосновения тел и в точности равная этой составляющей по модулю. Эту силу обычно называют *силой трения покоя.* Она, как и сила трения скольжения, стремится препятствовать относительному перемещению тел, но обладает некоторыми особенностями.

Для силы трения покоя закон (8) неприменим, так как при постоянной силе $N$ нормальной реакции опоры, модуль силы трения покоя может изменяться от нуля до некоторого максимального значения, обычно несколько превышающего силу трения скольжения для этих поверхностей (так называемое *явление застоя*). Но для простоты максимальное значение силы трения покоя также принимают равным $\mu N$ (пренебрегая явлением застоя).

Иными словами, до тех пор, пока модуль составляющей внешней силы вдоль касательной к поверхности контакта тел не превышает максимального значения силы трения покоя, последняя равна по модулю указанной составляющей внешней силы и противоположно ей направлена, а соприкасающиеся тела находятся в покое относительно друг друга. Если же касательная составляющая вешней силы, действующей на *тело 1,* превысит по модулю величину $\mu N$, то *тело 1* начнет скользить (относительно соприкасающегося с ним *тела* 2), и на него будет действовать сила трения скольжения (8) со стороны соприкасающегося тела.

● **ПРИМЕР 6.** На наклонную плоскость с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ положили кирпич массой $m = 2$кг. Коэффициент трения скольжения кирпича по наклонной плоскости равен $\mu = 0{,}8$. Чему равна сила трения, действующая на кирпич?

**РЕШЕНИЕ.** Изобразим на рисунке все силы, действующие на кирпич (рис. 5). В данном случае указанные силы лежат в одной плоскости и, следовательно, при выборе системы отсчета можно ограничиться двумя координатными осями. Исходя из соображений удобства, выберем инерциальную систему отсчета, связанную с наклонной плоскостью, как показано на рис. 5.

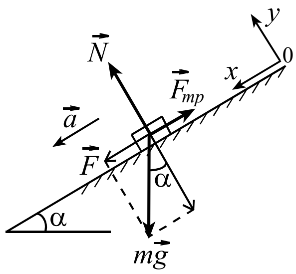


**Рис. 5**

В данном случае в роли *тела 1* выступает кирпич, а в роли *тела 2* – наклонная плоскость. Чтобы определить силу трения, необходимо прежде всего выяснить, движется ли кирпич по наклонной плоскости. Если – движется, то справедлива формула (8) для силы трения скольжения. Если – не движется, то на кирпич действует сила трения покоя. Проведем анализ задачи.

Предположим, что кирпич движется вдоль наклонной плоскости с ускорением $\vec{a}$ (рис. 5). Запишем уравнение (1), выражающее 2-й закон Ньютона, в проекциях на оси координат, учитывая, что $a_x = a,\, a_y = 0$:

$$\begin{aligned} Ox:&\quad ma = mg\sin\alpha - F_{тр}, \\ Oy:&\quad O = N - mg\cos\alpha. \end{aligned} \tag{9}$$

Сила трения скольжения согласно (8) равна $F_{тр} = \mu N.$ Из (9) определяем модуль силы нормальной реакции опоры: $N = mg\cos\alpha$. Тогда $F_{\grave{o}\eth} = \mu mg\cos\alpha = 0{,}8\cdot 2\cdot 9{,}8\cdot\sqrt{3}/2 \approx 13{,}6\text{Н}.$ С другой стороны, сила, которая вызывает движение кирпича по наклонной плоскости – это составляющая $\vec{F}$ силы тяжести (внешней силы) вдоль оси $Ox$ (вдоль поверхности соприкосновения тела и наклонной плоскости). Модуль этой составляющей равен: $F = mg\sin\alpha = 9{,}8\text{Н}.$

Видим, что $F < F_{тр}$. Это означает, что наше предположение о движении кирпича было неверным. Кирпич покоится относительно наклонной плоскости, и на него действует *сила трения покоя,* равная по модулю величине $F$, то есть $F_{тр} = F = mg\sin\alpha = 9{,}8\text{Н}.$ Направление силы трения покоя противоположно направлению $\vec{F}$. Приложена найденная сила трения к кирпичу. Заметим, что по третьему закону Ньютона, такая же по модулю, но противоположная по направлению, сила трения покоя действует на наклонную плоскость, и приложена она к наклонной плоскости (на рис. 5 не показана). ●

Если тело может катиться по той или иной поверхности, то из-за деформации материала этой поверхности перед катящимся телом возникает *сила трения качения,* которая обратно пропорциональна радиусу катящегося тела. Обычно сила трения качения гораздо меньше силы трения скольжения и ей, поэтому, пренебрегают.

При поступательном движении твердого тела в жидкости или газе возникает *сила сопротивления,* зависящая от скорости движения тела относительно среды (жидкости или газа). Эта сила может быть прямо пропорциональна как самой указанной скорости (при малых скоростях движения), так и квадрату скорости (при больших скоростях движения). Однако в любом случае направление силы сопротивления противоположно направлению вектора относительной скорости движения тела.

● **ЗАМЕЧАНИЕ**. Роль сил трения, однако, не сводится лишь к тому, чтобы тормозить относительное движение тел. В ряде практически очень важных случаев движение не могло бы возникнуть без действия сил трения. Например, движение автомобилей, ходьба или бег человека по земле и т.п. являются прямым следствием действия силы трения. Препятствуя проскальзыванию (относительному движению), сила трения совершает «полезное дело», ускоряя машину, наше собственное тело и т.п. ●

### §6. Примеры решения задач

Приступая к решению задач, сделаем несколько общих замечаний.

*Во-первых,* при решении задач нужно прежде всего выяснить, какие силы действуют на тело, движение которого мы рассматриваем. Все известные силы надо изобразить на рисунке, отчетливо представляя при этом, со стороны каких тел действуют эти силы. Следует помнить, что силы, с которыми взаимодействуют тела, согласно 3-му закону Ньютона возникают парами и приложены к разным телам. Поэтому на данное тело может действовать лишь одна из двух таких сил.

*Во-вторых,* нужно выбрать инерциальную систему отсчета, относительно которой рассматривается движение тела (или тел). Направления координатных осей лучше выбирать из соображений удобства, чтобы проекции сил на эти оси определялись наиболее просто.

*В-третьих,* для рассматриваемого тела (или тел) следует записать уравнение 2-го закона Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots. \qquad (1)$$

После этого записанное уравнение (1) нужно переписать для проекций ускорения и сил на оси выбранной системы координат. Если все силы, действующие на тело, лежат в одной плоскости, то при выборе системы координат можно ограничиться двумя осями $x$ и $y$, и тогда векторное уравнение (1) преобразуется в равносильную систему уравнений для проекций на эти оси:

$$\begin{cases} ma_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \ldots, \\ ma_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \ldots. \end{cases} \qquad (1.1)$$

При этом следует использовать известные Вам выражения для входящих в эти уравнения сил (сил тяжести, упругости, трения и т.п.).

*В-четвертых,* при решении задач о движении системы тел, соединенных тем или иным способом друг с другом, одних уравнений системы (1.1), как правило, недостаточно. Тогда необходимо записать так называемые кинематические условия, выражающие соотношения между ускорениями тел, обусловленные связями между ними.

*В-пятых,* если в задаче требуется найти не только силы и ускорения, но также координаты (перемещения или пройденный путь) тел и их скорости, то кроме уравнений системы (1.1), нужно использовать известные Вам из предыдущего задания по физике кинематические уравнения для координат и скоростей.

*В-шестых,* решение задачи сначала лучше получить в общем виде и лишь затем подставлять числовые значения в одной системе единиц (СИ).

● **ЗАДАЧА 1.** Два тела массами $m_1$ и $m_2$, связанные легкой нерастяжимой нитью, движутся по гладкому горизонтальному столу под действием горизонтальной силы $\vec{F}$ (рис. 6). Чему равны сила натяжения нити и ускорение тел?

**РЕШЕНИЕ.** Часто в условии задачи содержится дополнительная информация. В данном случае тот факт, что нить легкая, означает, что масса нити равна нулю, а из того, что нить нерастяжимая, следует, что изменением длины нити (удлинением) можно пренебречь и, следовательно, ускорения тел вдоль нити одинаковы по модулю: $a_1 = a_2 = a$ (это кинематическое условие). Словосочетание «гладкий стол» позволяет заключить, что трение между телами и столом отсутствует (сила трения скольжения равна нулю).

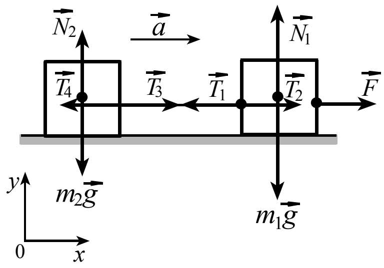


**Рис. 6**

Изобразим на рис. 6 действующие силы и выберем направление ускорения, совпадающее с направлением силы $\vec{F}$. Выберем систему отсчета. Практически всегда удобно за положительное направление кординатной оси выбрать направление ускорения тел. На рис. 6 $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ – силы взаимодействия тела $m_1$ и нити (сила $\vec{T}_1$ приложена к телу со стороны нити, а сила $\vec{T}_2$ приложена к нити со стороны тела), $\vec{T}_3$ и $\vec{T}_4$ – силы взаимодействия тела $m_2$ и нити (сила $\vec{T}_3$ приложена к телу со стороны нити, а сила $\vec{T}_4$ приложена к нити со стороны тела). По третьему закону Ньютона $T_1 = T_2$ и $T_3 = T_4$. Уравнение (1) для нити в проекциях на ось $Ox$ имеет вид $T_2 - T_4 = ma$. Но поскольку нить легкая, т.е. $m = 0$, то $T_2 - T_4 = 0$ и, следовательно, $T_2 = T_4$. Значит и $T_1 = T_3$. Далее для удобства обозначим силы взаимодействия тел с нитью через $\vec{T}$.

Для первого тела уравнение (1) имеет вид: $m_1\vec{a} = \vec{F} + m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}$. Запишем его в проекциях на ось $Ox$ :

$$m_1 a = F - T. \qquad (*)$$

Для второго тела $m_2\vec{a} = \vec{T} + m_2\vec{g} + \vec{N}_2$, а в проекциях на ось $Ox$ :

$$m_2 a = T. \qquad (**)$$

Решая совместно уравнения (*) и (**), получим

$$T = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2} \text{ и } a = \frac{F}{m_1 + m_2}. \bullet$$

● **ЗАДАЧА 2.** Через легкий неподвижный блок перекинута легкая нерастяжимая веревка, к одному из концов которой привязан груз массой $m_1 = 60$ кг. На другом конце веревки повис человек массой $m_2 = 65$ кг, который, выбирая веревку, поднимает груз, оставаясь при этом на одном и том же расстоянии от пола. Через сколько времени груз будет поднят на высоту

 

$h = 12$ м над полом? В начальный момент груз лежал на полу.

**РЕШЕНИЕ.** Силы, действующие на человека и груз, показаны на рис. 7 (по аналогии с предыдущей задачей сила натяжения нити $\vec{T}$, действующая на груз и на человека, одинакова). При выборе системы отсчета ограничимся координатной осью $Ox$ (см. рис. 7). Начало отсчета поместим на полу.

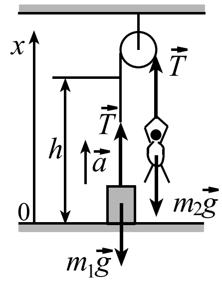


**Рис. 7**

Запишем уравнение (1) для груза и человека в векторном виде: $m\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}$ и $0 = m_2\vec{g} + \vec{T}$ (в последнем уравнении мы учли, что человек неподвижен относительно пола и, следовательно, его ускорение равно нулю). В проекциях на ось $Ox$ эти уравнения дают:

$$ma = -m_1 g + T \text{ и } 0 = -m_2 g + T.$$

Отсюда, исключив $T$, легко найти ускорение груза: $a = \dfrac{(m_2 - m_1)g}{m_1}$.

Так как в начальный момент груз был неподвижен, то время подъема на высоту $h$ определим из известного кинематического уравнения $h = at^2/2$:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2hm_1}{(m_2 - m_1)g}} \approx 5{,}42\,\text{с}. \bullet$$

• **ЗАДАЧА 3.** Чему равны силы натяжения нитей $abcdef$ и $gh$ в устройстве с подвижным блоком, изображенном на рисунке 8? Массы тел соответственно равны $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 2$ кг. Нити легкие и нерастяжимые, массами блоков пренебречь.

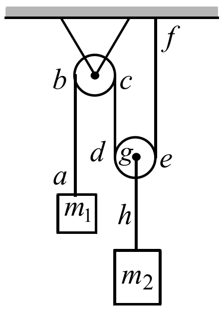


**Рис. 8**

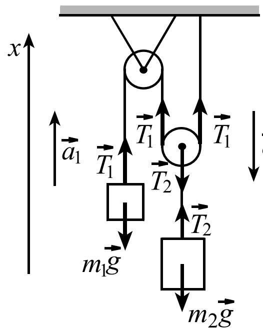


**Рис. 9**

**РЕШЕНИЕ.** Изобразим силы на рис. 9. Нить $abcdef$ будет действовать на тело массой $m_1$ и на левую и правую стороны подвижного блока с одинаковой силой $\vec{T}_1$ (нить легкая, блоки легкие). Нить $gh$ будет действовать на подвижный блок и тело массой $m_2$ с силами $\vec{T}_2$ (нить легкая, блок легкий). Силы, действующие на нити и на неподвижный блок не влияют на ход решения задачи, и мы их изображать не будем.

Выберем произвольно направления ускорений тел и направим координатную ось $x$ вертикально вверх (см. рис. 9). Запишем уравнение (1), выражающее второй закон Ньютона, для обоих тел и для подвижного блока сразу в проекциях на координатную ось:

$$m_1a_1 = T_1 - m_1g, \quad -m_2a_2 = T_2 - m_2g, \quad 0 = 2T_1 - T_2.$$

Последнее уравнение написано для подвижного блока с учетом того, что его масса равна нулю.

Записанные три уравнения содержат четыре неизвестных: $T_1, T_2, a_1$ и $a_2$. Необходимо добавить кинематическое условие, связывающее ускорения тел. При наличии подвижного блока модуль ускорения тела массой $m_1$ в два раза больше модуля ускорения тела массой $m_2$, так как за одно и то же время первое тело пройдет вдвое больший путь, чем второе. Следовательно, $a_1 = 2a_2$.

Мы получили четвертое недостающее уравнение, с учетом которого написанные выше уравнения дают: $2m_1a_2 = T_1 - m_1g, \ -m_2a_2 = 2T_1 - m_2g$. Отсюда находим $a_2 = \dfrac{m_2 - 2m_1}{m_2 + 4m_1}g \approx -2{,}8$ì/с $^2$, $T_1 = \dfrac{3m_1m_2g}{m_2 + 4m_1} \approx 12{,}6H$.

Учитывая, что $T_2 = 2T_1$, получим $T_2 = \dfrac{6m_1m_2g}{m_2 + 4m_1} \approx 25{,}2\,\text{Н}$. Знак минус у проекции ускорения второго тела показывает, что на самом деле ускорение $\vec{a}_2$ направлено в другую сторону, т.е. вверх вдоль оси $Ox$.

Проекция ускорения первого тела $a_1 = 2a_2 \approx -5{,}6\,\text{м/с}^2$. Вновь знак минус показывает, что на самом деле ускорение $\vec{a}_1$ направлено в другую сторону, т.е. вниз (противоположно оси $Ox$ ). ●

● **ЗАДАЧА 4.** Шайба, брошенная вдоль наклонной плоскости, скользит по ней, двигаясь вверх, а затем возвращается к месту броска. Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha$. Коэффициент трения скольжения между шайбой и плоскостью равен $\mu$. Чему равно ускорение шайбы при движении а) вверх по наклонной плоскости, б) вниз по наклонной плоскости?

**РЕШЕНИЕ.** а) При движении вверх действующие на шайбу силы изображены на рис.10: $m\vec{g}$ – сила тяжести, $\vec{F}_{тр}$ – сила трения скольжения, $\vec{N}$ – сила нормальной реакции опоры. Выберем инерциальную систему отсчета и направим оси координат так, как показано на рис. 10. Ускорение шайбы направим вдоль наклонной плоскости вниз. Запишем уравнение (1) второго закона Ньютона сразу в проекциях на оси координат:

$$Ox:\quad ma = mg\sin\alpha + \mu N,$$

$$Oy:\quad 0 = N - mg\cos\alpha.$$

В первом уравнении мы учли, что сила трения скольжения равна $F_{тр} = \mu N$ . Записанные уравнения дают:

$$a = (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)g.$$

б) При движении шайбы вниз по наклонной плоскости на нее действуют те же силы (рис. 11), только направление силы трения скольжения поменялось на противоположное, и теперь эта сила направлена вдоль наклонной плоскости вверх. Выберем инерциальную систему отсчета так же, как и в предыдущем случае (рис. 11). Ускорение шайбы направим вдоль наклонной плоскости вниз.

Уравнение (1) в проекциях на оси координат дает:

$$Ox:\quad ma = mg\sin\alpha - \mu N,$$

$$Oy:\quad 0 = N - mg\cos\alpha.$$

(И вновь в первом уравнении мы учли, что сила трения скольжения $F_{тр} = \mu N$ ). Совместное решение написанных уравнений позволяет найти ускорение шайбы: $a = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)g.$

Если при подстановке конкретных числовых значений $\mu$ и $\alpha$ выражение в скобках окажется отрицательным, то это будет означать, что на самом деле направление ускорения шайбы будет противоположно выбранному. ●

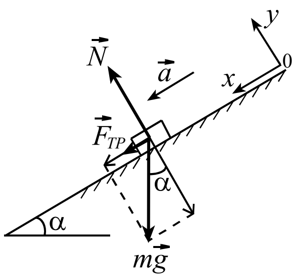


**Рис. 10**

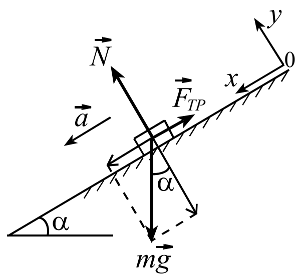


**Рис. 11**

● **ЗАДАЧА 5.** На две частицы – одну массы $m$, летящую со скоростью $v$, другую массы $2m$, летящую со скоростью $2v$ перпендикулярно к первой (рис. 12), – в течение некоторого одинакового промежутка времени действуют одинаковые по модулю и направлению силы. К моменту прекращения действия сил первая частица начинает двигаться в обратном направлении со скоростью $2v$.

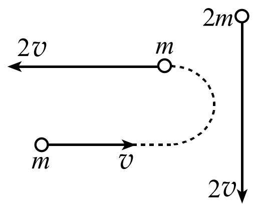


**Рис. 12**

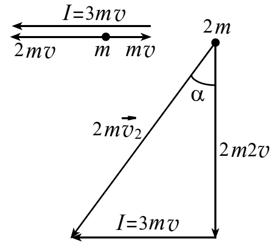


**Рис. 13**

С какой скоростью будет двигаться при этом вторая частица?

**РЕШЕНИЕ.** Векторная разность конечного и начального импульсов первой частицы равна импульсу $\vec{I}$ действовавшей на неё силы (рис. 13). Его модуль равен $I = 3mv.$ Такой же импульс силы $\vec{I}$ действовал на вторую частицу. Её конечный импульс $2m\vec{v}_2$ равен векторной сумме её начального импульса $2m2\vec{v}$ и импульса силы $\vec{I}$ (рис. 13). Используя теорему Пифагора, находим скорость $v_2$, а именно: $2mv_2 = \sqrt{(2m2v)^2 + I^2} = 5mv.$

Откуда $v_2 = \dfrac{5}{2}v$. Направление вектора $\vec{v}_2$ определим углом $\alpha$ к направлению начального импульса частицы. Очевидно, что $tg\alpha = \dfrac{1}{4mv} = \dfrac{3mv}{4mv} = \dfrac{3}{4}.$

***Внимание!*** Контрольные вопросы и задачи, предложенные ниже, расположены не по принципу возрастания степени их сложности, а по порядку изложения соответствующих тем в тексте данного задания.

### Контрольные вопросы

**1.** Система отсчета связана с лифтом. В каких из приведенных ниже случаев ее можно считать инерциальной? Выберите правильные варианты ответа и объясните свой выбор.

**А.** Лифт свободно падает. **Б.** Лифт движется равномерно вверх.
**В.** Лифт движется замедленно вниз. **Г.** Лифт стоит на месте.

**2.** Тело, массой $2$ кг движется под действием двух взаимно перпендикулярных сил, модули которых $6H$ и $8H$. Какие из предложенных ниже утверждений являются правильными? Выберете правильные варианты ответа и объясните свой выбор.

**А.** Модуль ускорения тела равен $5$ м/с$^2$.

**Б.** Модуль ускорения тела равен $20$ м/с$^2$.

**В.** Модуль равнодействующей силы равен $10H$.

**Г.** Направление ускорения тела составляет с направлением силы $8H$ угол $\alpha$ такой, что $tg\alpha = \dfrac{3}{4}$.

**Д.** Направление равнодействующей составляет с направлением силы $8H$ угол $\alpha$ такой, что $tg\alpha = \frac{4}{3}$.

**3.** Тело движется прямолинейно вдоль оси $Ox$. Его координата изменяется со временем по закону $x(t) = 2t + 0,25t^2$, а проекция импульса - по закону $p_x = 8 + 2t$. Чему равны масса тела и модуль равнодействующей силы?

**4.** Скорость тела массой $m = 1$ кг, движущегося прямолинейно равноускоренно, увеличилась с $2$ м/с до $7$ м/с. Чему равно и куда направлено изменение импульса тела?

**5.** Первоначально покоящаяся хоккейная шайба массой $250$ г после удара клюшкой, длящегося $0,03$ с, скользит по льду со скоростью $30$ м/с. Чему равна средняя сила удара?

**6.** Масса некоторой планеты в 9 раз больше массы Земли. Каков радиус этой планеты, если ускорение свободного падения на ее поверхности такое же, как на Земле?

**7.** На рис.14 приведены графики зависимости модуля силы упругости от величины деформации для двух пружин. На какую из пружин надо подвесить более тяжелый груз, чтобы деформации обеих пружин были одинаковы?

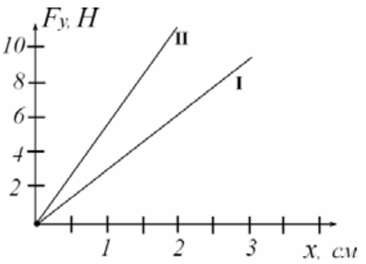


**Рис. 14**

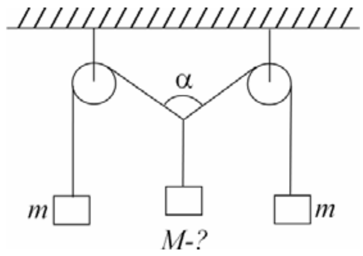


**Рис. 15**

**8.** На тело массой $m = 1$ кг, находящееся на горизонтальной поверхности стола, действует горизонтальная сила $F = 3H$. С какой минимальной горизонтальной силой $F_{\min}$ надо подействовать на тело в перпендикулярном направлении, чтобы тело начало скользить по столу? Коэффициент трения $\mu = 0,5$.

**9.** К концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через два блока, подвесили два одинаковых груза массами $m = 5$ кг каждый (рис.15). Груз какой массы $M$ надо подвесить к нити посередине между блоками, чтобы при равновесии системы угол $\alpha$ был равен $120^\circ$? Чему равен вес подвешенного груза? Чему равна сила натяжения нити?

**10.** Шарик массой $m$ подвешен на легкой нерастяжимой нити к потолку вагона. Вагон начинает двигаться по горизонтальному прямолинейному участку пути с постоянным ускорением $a$. На какой угол отклонилась при этом нить от вертикали? Чему равен вес шарика до начала движения вагона и в процессе движения вагона с указанным ускорением?

**Задачи**

**1.** Снаряд массой $12$ кг при выстреле приобретает скорость $500$ м/с. Найдите среднюю силу, с которой пороховые газы действуют на снаряд в стволе, если длина ствола $2$ м. Движение снаряда в стволе считайте равноускоренным. Действием других сил за время выстрела пренебречь.

**2.** На две частицы – одну массой $m$, летящую со скоростью $2v$, другую массой $2m$, летящую со скоростью $v$ перпендикулярно первой (рис.16), в течение некоторого (равного) промежутка времени действуют одинаковые по модулю и направлению силы. К моменту прекращения действия сил первая частица начинает двигаться со скоростью $2v$ в направлении, перпендикулярном первоначальному. С какой скоростью будет двигаться при этом вторая частица?

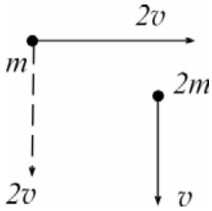


**Рис. 16**

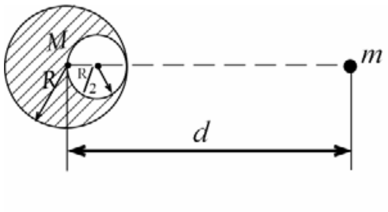


**Рис. 17**

**3.** Найдите силу гравитационного притяжения маленького шарика массой $m$ и большого однородного шара со сферической полостью внутри (рис.17). Масса шара с полостью равна $M$. Диаметр сферической полости равен радиусу внешней оболочки шара. Расположение полости и необходимые геометрические параметры указаны на рис.17.

**4.** Массы тел, изображенных на рис.18, равны $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг; нити легкие и нерастяжимые. К первому телу приложена горизонтальная сила $F = 6H$. Чему равна сила натяжения нити, которая связывает тела массами $m_1$ и $m_2$. Трения нет. Выберете правильный вариант ответа и объясните свой выбор.

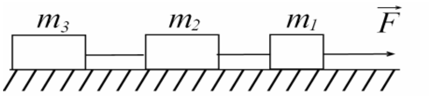


**Рис. 18**

**А)** 6Н; **Б)** 2Н; **В)** 3Н; **Г)** 4Н; **Д)** 5Н.

(РГТУ-МАТИ, 2005)

**5.** В лифте, поднимающемся с ускорением $1,4$ м/с$^2$, на пружине жесткостью $700$ Н/м висит груз массой $0,5$ кг. Чему равно (в мм) удлинение пружины? (РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2005)

 

**6.** Два тела с разными массами связаны легкой нитью и подвешены за тело с большей массой к пружине, привязанной к потолку (рис.19). Если нить между телами перерезать, тело с большей массой будет в первый момент иметь ускорение $a_1$. Какое ускорение будет иметь в первый момент тело с меньшей массой, если тела подвесить к пружине за него, а затем перерезать нить? (МИФИ, 2005)

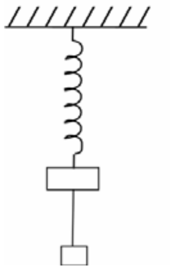

**Рис. 19**

**7.** Две шайбы массами $m$ и $2m$, соединенные легкой пружиной, движутся вдоль одной прямой по горизонтальной поверхности (рис.20). В некоторый момент времени скорости шайб направлены одинаково, причем легкая шайба движется с ускорением $a_1 = 3\,\text{м/с}^2$. Определите в этот момент времени величину $a_2$ и направление вектора ускорения тяжелой шайбы. Растянута или сжата пружина в этот момент. Коэффициент трения между каждой шайбой и поверхностью $\mu = 0,2$. (МГИЭТ, 2005)

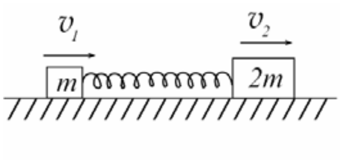


**Рис. 20**

**8.** На наклонной плоскости длиной $15\,\text{м}$ и высотой $9\ \text{м}$ лежит груз массой $15\,\text{кг}$. Коэффициент трения равен $0,8$. Какую минимальную силу надо приложить к грузу вдоль плоскости, чтобы сдвинуть груз вниз?
(РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2005).

**9.** На наклонную плоскость с углом наклона $\alpha$ к горизонту положена плоская плита массой $M$, а на нее – брусок массой $m$ (рис.21). Коэффициент трения между бруском и плитой $\mu_1$. Определите, при каких значениях коэффициента трения $\mu_2$ между плитой и поверхностью наклонной плоскости плита не будет двигаться по наклонной плоскости, если известно, что брусок скользит по плите.

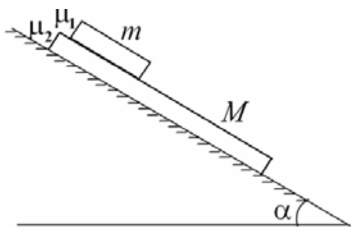


**Рис. 21**

**10.** Ровная шероховатая доска движется с постоянным горизонтальным ускорением, сохраняя постоянный угол наклона $\alpha$ к вертикали. Дока толкает перед собой брусок некоторой массы. Оказалось, что при $a > g$ брусок с доской движутся вместе без проскальзывания, а при $a < g -$ движется относительно доски. Найдите коэффициент трения $\mu$ между доской и бруском, если $tg\alpha = 0,2$. (МФТИ, 2006)

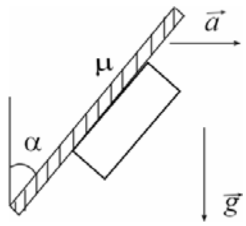


**Рис. 22**