

Контрольные вопросы

1(3). (МГУ, 2001, географ. ф-т). Числа p, q, r в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию, а числа $r - p, q - r, -3p$ в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию. Какое минимальное значение может принимать число $-p^2 + 8q^2 + 2r^2 - 8qr + 4p$?

2(3). (МГУ, 1993, мехмат) Сумма первых 7 членов геометрической прогрессии равна её первому члену, умноженному на 7, а сумма первого, восьмого и пятнадцатого равна 15. Найти сумму первых 21 членов этой прогрессии.

3(4). (МГУ, 2001, химфак). Последовательность чисел a_1, a_2, a_3, \dots устроена следующим образом: $a_1 = 1$, каждое последующее число равно утроенной сумме предыдущих чисел, т. е. $a_2 = 3a_1, a_3 = 3(a_1 + a_2)$ и т. д. Найти произведение всех чисел от a_1 до a_{2001} .

4(4). (МГУ, 2005, биофак) Задана функция f , причем

$f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ для всех рациональных чисел x, y . Найдите $f\left(-\frac{3}{2}\right)$, если известно, что $f(4) = 16$.

5(4). Последовательность чисел Фибоначчи задается рекуррентно: $x_1 = x_2 = 1$; $x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Найдите формулу общего члена.

6(4). Пусть последовательность для $n = 1, 2, 3, \dots$ задана рекуррентно:

$x_1 = 2, x_2 = 8, x_{n+2} = 4x_{n+1} - 3x_n$, $n = 1, 2, \dots$. Найдите формулу общего члена.

7(4). Последовательность x_n задана рекуррентно: $x_1 = a$;

$x_2 = b$; $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-1} + x_{n-2})$, $n = 3, 4, \dots$. Найдите формулу общего члена.

8(4). Пусть последовательность для $n = 1, 2, 3, \dots$ задана рекуррентно:

$x_1 = a_1, x_2 = a_2, x_{n+2} = 3x_{n+1} - 2x_n - 1$, $n = 1, 2, \dots$. Найдите формулу общего члена.

9(4). Пусть последовательность для $n = 1, 2, 3, \dots$ задана рекуррентно: $a_{n+1} = a_n + bn$. Найдите формулу общего члена.

10(4). Пусть последовательность для $n = 1, 2, 3, \dots$ задана рекуррентно: $a_{n+1} = a_n + 8n$, $a_1 = 1$. Найдите формулу общего члена.

11(2). Постройте эскиз графика функции $y = \frac{3x-1}{4x+1}$.

12(3). Постройте эскиз графика функции $y = \frac{5-|x|}{3+2x}$.

13(3). Постройте эскиз графика функции $y = \left| \frac{11x-2}{4x-1} \right|$.

Задачи

Найти пределы последовательностей (1-4)

1(2). $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n + 13}{7n^2 + 2n - 7}$.

$$2(3). \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3}{2n^2 - 1} - \frac{n^2}{n+1} \right).$$

$$3(3). \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 - 6n + 17} - 2n \right).$$

$$4(3). \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 6 + 14 + \dots + (5n - 4)}{n^2 - 13}.$$

Найти пределы функций (5-9)

$$5(2). \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + 4x - 20}.$$

$$6(2). \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^3 + 8\sqrt{x} - 111}{27x^3 - 3x^2 - 4x}.$$

$$7(3). \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{25x^2 - 144x + 27}}.$$

$$8(3). \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{81x^2 - 13x + 28} - 9x.$$

$$9(3). \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{27x - 15}{\sqrt{9x^2 - 113x + 124}}.$$

10(4). Найдите все асимптоты функции $y = \frac{(x^2 + 12)(2 - 3x)}{x^2}$. Если сумеете, построить эскиз графика функции $y = \frac{(x^2 + 12)(2 - 3x)}{x^2}$, то (6).

11(4). Найдите все асимптоты функции $y = \frac{x^2(x-1)}{(x+1)^2}$. Если сумеете построить эскиз графика функции $y = \frac{x^2(x-1)}{(x+1)^2}$, то (6).

12(3). Найдите все асимптоты функции $y = \sqrt[3]{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2}$. Если сумеете построить *эскиз* графика функции $y = \sqrt[3]{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2}$, то (6).

Литература:

Журнал «ПОТЕНЦИАЛ» №10 и №11, 2005г. «Слово о последовательности».