

Контрольные вопросы

1(2). Докажите, что число $\sqrt{11}$ является иррациональным числом.

2(1). Укажите, какие из нижеперечисленных чисел являются рациональными, а какие иррациональными:

$$\sqrt{3}; \frac{2}{9}; 0,3(51); \sqrt{79}; 2,2753; \frac{21}{76}.$$

3(2). При каких x имеет смысл выражение:

а) $\frac{1}{\sqrt{x+3}}$; б) $\frac{3x+1}{\sqrt{x}-\sqrt{2x-5}}$; в) $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{2x-7}-1}$;

г) $\frac{5x-9}{(x-1)\sqrt{x^2-9}}$; д) $\frac{\sqrt{2x+3}}{(x^2+1)\sqrt{1-3x}}$?

4(2). Решите уравнения:

а) $2\sqrt{x}-3=0$; б) $5\sqrt{x-1}+7=0$;

в) $\sqrt{3x-5}=1$; г) $\sqrt{4x-3}=\sqrt{24-5x}$.

5(1). Сравните числа $a = \frac{1}{2}\sqrt{235}$ и $b = \sqrt{\frac{293}{5}}$.

6(1). Между какими последовательными натуральными числами расположено число $\frac{1}{12}\sqrt{5372}$?

7(1). Докажите, что $(2\sqrt{3}-3\sqrt{11})^2 = 111-12\sqrt{33}$. Следует ли из этого, что $\sqrt{111-12\sqrt{33}} = 2\sqrt{3}-3\sqrt{11}$?

8(4). Упростите выражения:

а) $(5a+2\sqrt{15ab}+6b) \cdot (5a-2\sqrt{15ab}+6b)$;

б) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}-1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}+1}$;

в) $\sqrt{\frac{7\sqrt{7}+5\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}} - \sqrt{35}$;

г) $\left(\frac{16}{\sqrt{5}-1} - \frac{5}{\sqrt{3}+2} - \frac{8}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\right)(\sqrt{3}+6)$.

9(3). Сократите дроби:

а) $\frac{x+169}{\sqrt{-x}+13}$; б) $\frac{46\sqrt{x}-x\sqrt{46}}{\sqrt{x}-\sqrt{46}}$; в) $\frac{x\sqrt{x}-27}{\sqrt{x}-3}$.

10(1). Докажите, что число $a^2 + \frac{1}{a^2}$ является натуральным числом, если $a = \sqrt{7} - \sqrt{6}$.

11(1). Является ли число $2 - \sqrt{3}$ корнем уравнения $x^4 - 3x^3 - 11x + 3 = 0$?

12(2). Постройте графики функций:

а) $y = 3 - \sqrt{(x-2)^2}$; б) $y = \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3}$.

Задачи

1(2). Расположите числа в порядке возрастания:

а) $2\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{73}}{\sqrt{7}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{45,4}$.

б) $6\sqrt{2}$; $\sqrt{70} - 4\sqrt{5}$; $\sqrt{78}$; $\sqrt{10} + \sqrt{29}$.

2(2). Докажите, что число $\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ является иррациональным числом.

3(2). а) Приведите пример двух иррациональных чисел, сумма которых – число рациональное.

б) Приведите пример двух иррациональных чисел, произведение которых – число рациональное.

4(3). Сравните числа:

а) $\sqrt{19} + \sqrt{15}$ и $\sqrt{13} + \sqrt{21}$;

б) $\sqrt{5680^2 - 5642^2}$ и $\sqrt{5642^2 - 5604^2}$;

в) $0,815 \cdot 0,015 \cdot 0,005$ и $\sqrt{0,0815 \cdot 0,0015 \cdot 0,5}$.

5(1). При каких x определено выражение $\sqrt{x+5} + \frac{2x-3}{(2x+1)\sqrt{7-x}}$?

6(2). Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{48a^3b^{14}}$, при $b \leq 0$;

б) $\sqrt{-a^7 \cdot b^{11}}$, при $a > 0, b < 0$;

в) $-\sqrt{(\sqrt{21} - 3\sqrt{5})^3 \cdot (2 - \sqrt{19})^5}$;

г) $\sqrt{\frac{-1}{(b-a)^5}}$.

7(2). Внесите множитель под знак корня:

а) $(2-x) \cdot \sqrt{\frac{1}{x-2}}$; б) $-(3+x)\sqrt{-(3+x)}$;

в) $(5-a)\sqrt{a}$ при $a > 5$; г) $-xy\sqrt{-xy}$.

8(2). Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби

а) $\frac{2}{3\sqrt{7}-\sqrt{2}}$; б) $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$.

9(3). Решите уравнения:

а) $\sqrt{5x-1} = 3$; б) $\sqrt{7x+3} = -5$; в) $\frac{3\sqrt{x+3}-4}{3+\sqrt{x+3}} = \frac{5}{6}$.

г) $|\sqrt{5x+1}-1| = 3$; д) $\frac{\sqrt{4x^2-9}}{\sqrt{3-2x}} = 5$;

е) $\sqrt{9x^2-30x+25} = \sqrt{25x^2-80x+81}$.

10(3). Упростите выражения:

а) $\frac{\sqrt{-x}}{\sqrt{xy}} \cdot \sqrt{-y^3}$; б) $\sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+1}$, если $x \geq 0$;

в) $\left(\frac{2+\sqrt{a}}{a+2\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}-2}{a-1} \right) \cdot \frac{a\sqrt{a}+a-\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$.

11(2). Упростите, используя формулу двойного радикала:

а) $\sqrt{18-\sqrt{128}}$; б) $\sqrt{8+\sqrt{60}}$.

12(6). Постройте графики функций:

а) $y = \sqrt{|x|}$; б) $y = \sqrt{x-2} + 1$; в) $y = 1 - \sqrt{x-1}$;

г) $y = \sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{(x+1)^2}$; д) $y = \frac{\sqrt{(x-2)^2}}{(x-2)x}$;

е) $y = \begin{cases} 1 - \sqrt{-x-1}, & \text{если } x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } x \in (-1; 2); \\ \frac{8}{x}, & \text{если } x > 2. \end{cases}$