

§ 10. Конденсаторы

Конденсатором называется система, состоящая из двух проводников, расположенных достаточно близко друг от друга. Проводники называют обкладками конденсатора. Если на обкладки конденсатора поместить равные по модулю и противоположные по знаку заряды, то разность потенциалов (напряжение) между обкладками будет пропорционально заряду обкладок, т.е. отношение заряда к напряжению не будет зависеть от заряда. На основании этого утверждения, которое приводим без доказательства, вводится понятие емкости (емкости конденсатора).

Емкостью конденсатора называется отношение заряда Q одной из обкладок к разности потенциалов U между этой обкладкой и соседней:

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (10.1)$$

Если взят заряд на положительно заряженной обкладке, то $Q > 0$, $U > 0$ и получится $C > 0$. Если заряд взят на отрицательной обкладке, то $Q < 0$, $U < 0$ и опять будет $C > 0$. Итак, из определения емкости следует, что емкость величина положительная. В системе СИ емкость измеряется в фарадах: $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / \text{В}$.

Требование близости обкладок друг к другу связано с тем, что для независимости C от Q в (10.1) нужно, чтобы поле от зарядов на обкладках было сосредоточено практически полностью между обкладками, т.е. все силовые линии, начинающиеся на одной обкладке, заканчивались только на другой и не уходили на окружающие тела. В этом случае окружающие тела не будут влиять на емкость конденсатора.

Можно вывести, что емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}. \quad (10.2)$$

Здесь S – площадь обкладок, d – расстояние между ними, ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

При последовательном соединении изначально не заряженных конденсаторов с емкостями C_1 , C_2 , ... общий заряд равен заряду каждого конденсатора, общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах, общая емкость определяется из формулы $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

Полезно помнить формулу для частного случая последовательного соединения двух конденсаторов: $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

Для последовательно соединенных n одинаковых конденсаторов емкостью C_1 каждый $C = C_1 / n$.

Если последовательно соединены предварительно заряженные конденсаторы, то применение перечисленных выше свойств и формул может привести к неправильному результату!

При параллельном соединении конденсаторов с емкостями C_1, C_2, \dots общий заряд равен сумме зарядов отдельных конденсаторов, общее напряжение равно напряжению на каждом, общая емкость равна сумме емкостей:

$$C = C_1 + C_2 + \dots$$

Задача 10.1. В плоский конденсатор параллельно его обкладкам вставлена пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε (рис. 10.1). Площадь обкладок конденсатора и пластины S , толщина пластины d , расстояние между обкладками $3d$. Найти емкость такого конденсатора.

Решение. Пусть расстояние от пластины до левой обкладки конденсатора x . Наклеим мысленно на обе стороны пластины тонкую проводящую и незаряженную фольгу. От этого ничего не изменится. Обе фольги можно рассматривать как своеобразные провода, соединяющие три последовательно соединенных конденсатора с расстояниями x , d и $2d - x$. Для общей емкости C

$$\frac{1}{C} = \frac{x}{\varepsilon_0 S} + \frac{d}{\varepsilon \varepsilon_0 S} + \frac{2d - x}{\varepsilon_0 S}.$$

Окончательно $C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d(2\varepsilon + 1)}$. Заметим, что не заданная в условии величина x

«исчезла» в процессе решения.

Задача 10.2. В плоский конденсатор емкостью C вставлена параллельно обкладкам плоская проводящая пластина с зарядом Q (рис. 10.2). Конденсатор подсоединен к источнику с эдс \mathcal{E} . Площади пластины и обкладок конденсатора равны. Толщина пластины равна расстоянию от нее до правой обкладки и составляет четверть от расстояния между обкладками. Найти заряд

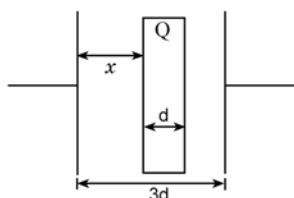


Рис. 10.1

конденсатора.

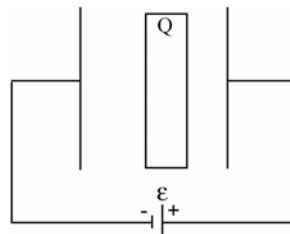


Рис. 10.2

Решение. Пусть d – расстояние между обкладками, S – их площадь. Пусть q – заряд правой обкладки. Тогда заряд левой будет $-q$, т.к. заряд в значительных количествах не может накапливаться на соединительных проводах и в источнике. Направим ось x влево (рис. 10.3).

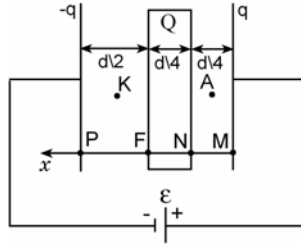


Рис. 10.3

Заметим, что поле внутри пластины отсутствует и разность потенциалов $\varphi_N - \varphi_F$ между точками N и F равна нулю. Кроме того, заряды на поверхностях пластины создают вне пластины такое же поле, как и заряд Q , если бы его расположить на любой из двух поверхностей пластины. Это легко показать отдельно.

Разность потенциалов $\varphi_M - \varphi_P$ между точками M и P равна \mathcal{E} . Поэтому $(\varphi_M - \varphi_N) + (\varphi_N - \varphi_F) + (\varphi_F - \varphi_P) = \mathcal{E}$.

$$\text{У нас } \varphi_M - \varphi_N = E_A \frac{d}{4}, \quad \varphi_N - \varphi_F = 0, \quad \varphi_F - \varphi_P = E_K \frac{d}{2}.$$

Здесь E_A и E_K – проекции напряженности результирующего поля на ось x . По принципу суперпозиции полей

$$E_A = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{-q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2\varepsilon_0 S} (2q - Q),$$

$$E_K = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{-q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2\varepsilon_0 S} (2q + Q).$$

Подставляя выражения для E_A , E_K и разностей потенциалов в первое уравнение, получим после упрощений $6q + Q = 8\mathcal{E} \frac{\varepsilon_0 S}{d}$.

Так как $\frac{\varepsilon_0 S}{d} = C$, то $q = (8C\mathcal{E} - Q)/6$.

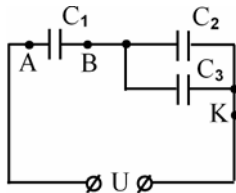


Рис. 10.4

Следует заметить, что знак найденного заряда правой обкладки зависит от соотношения заданных в условии задачи величин.

Задача 10.3. На схему (рис. 10.4) подано напряжение $U = 24 \text{ В}$. Емкости конденсаторов $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $C_3 = 3 \text{ мкФ}$. Найти напряжения на конденсаторах.

Решение. В задачах, где есть схемы с конденсаторами, обычно предполагается, что схемы собраны из первоначально незаряженных конденсаторов.

Емкость между точками B и K $C_{BK} = C_2 + C_3 = 5$ мкФ. Общая емкость $C_{AK} = \frac{C_1 C_{BK}}{C_1 + C_{BK}} = \frac{5}{6}$ мкФ.

Общий заряд всей батареи конденсаторов $q_{AK} = C_{AK}U = 20 \cdot 10^{-5}$ Кл. Так как заряд q_1 конденсатора C_1 равен заряду батареи, то напряжение на этом конденсаторе $U_1 = q_1 / C_1 = q_{AK} / C_1 = 20$ В. Напряжения на конденсаторах C_2 и C_3 равны напряжению между точками B и K и в сумме с U_1 дают U . Поэтому $U_2 = U_3 = U_{BK} = U - U_1 = 4$ В.

Приведенная в задаче схема не громоздкая, и ответ легко получить в общем виде:

$$U_1 = \frac{C_2 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3} U = 20 \text{ В}, \quad U_2 = U_3 = \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_3} U = 4 \text{ В}.$$