§ 6. Потенциал поля точечного заряда и заряда, равномерно распределенного по сферической поверхности

Примем потенциал бесконечности равным нулю. Тогда, используя (5.2), можно вывести, что на расстоянии r от точечного заряда Q потенциал электростатического поля

$$\varphi = k\frac{Q}{r}. \qquad (6.1)$$

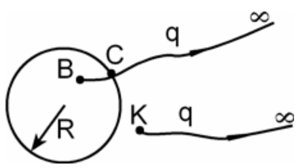

Рис. 6.1

Возьмем теперь заряд Q, равномерно распределенный по сфере радиуса R (рис. 6.1). Для нахождения потенциала на расстоянии r от центра сферы перенесем мысленно пробный заряд q из исследуемой точки в бесконечность и применим формулу (5.2).

Для произвольной точки K вне сферы $\varphi_K = A_{K\infty}/q$, где $A_{K\infty}$ – работа сил поля над q при его перемещении из т. K в бесконечность. Эта работа не изменится, если весь заряд Q сферы поместить в центр сферы, т. к. поля обоих зарядов Q при $r > R$ совпадают (см. § 3). Для точечного заряда Q отношение $A_{K\infty}/q$ есть потенциал его поля в т. K, который находится по формуле (6.1). Итак, для сферы $\varphi_K = kQ/r$. В предельном случае при $r = R$ получим потенциал сферы, равный kQ/R.

Для произвольной точки B внутри сферы $\varphi_B = A_{BC\infty}/q = (A_{BC} + A_{C\infty})/q$.

Здесь $A_{BC\infty}$, A_{BC} и $A_{C\infty}$ – работа сил поля над зарядом q на участках $BC\infty$, BC и $C\infty$. Внутри сферы поля нет, сила на q со стороны поля не действует и $A_{BC} = 0$. Тогда $\varphi_B = A_{C\infty} / q$. Но правая часть последнего равенства есть потенциал т. *C*, т.е. потенциал сферы, равный kQ / R. Значит, потенциал любой точки внутри сферы равен потенциалу сферы: $\varphi_B = kQ / R$.

Итак, *для заряда* Q, *равномерно распределенного по сфере радиуса R потенциал поля вне сферы равен потенциалу точечного заряда, равного заряду сферы и помещенного в центре сферы (как и для напряженности), а потенциал внутри сферы один и тот же и равен потенциалу сферы*:

$$\varphi = k\frac{Q}{r} \text{ при } r > R, \quad \varphi = k\frac{Q}{R} \text{ при } r \le R.$$

Задача 6.1. В двух вершинах прямоугольника со сторонами a и $2a$ (рис. 6.2) закреплены точечные заряды Q и $3Q$. Какую минимальную работу надо затратить, чтобы переместить точечный заряд $4Q$ из состояния покоя из вершины *B* в вершину *C*?

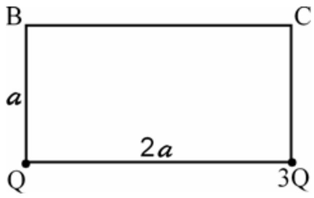

Рис. 6.2

Решение. Здесь идет речь о работе A, которую необходимо совершить нам против электрических сил при переносе заряда $4Q$. Работа A в сумме с работой A_1 сил электростатического поля над зарядом $4Q$ равна изменению кинетической энергии перемещаемого заряда: $A + A_1 = \Delta K$. Отсюда $A = -A_1 + \Delta K$.

Работа A будет минимальной, если величина ΔK минимальна, т.е. заряд $4Q$ придет в вершину C с нулевой скоростью, т.е. $\Delta K = 0$. Итак, $A = -A_1$. Работа сил поля над зарядом $A_1 = 4Q(\varphi_B - \varphi_C)$, где

$\varphi_B = k\dfrac{Q}{a} + k\dfrac{3Q}{a\sqrt{5}}$, $\varphi_C = k\dfrac{Q}{a\sqrt{5}} + k\dfrac{3Q}{a}$ – потенциалы результирующего поля, созданного зарядами Q и $3Q$ в вершинах B и C. Окончательно

$$A = \frac{8(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5}} \frac{kQ^2}{a} > 0.$$

Задача 6.2. В центре сферы радиусом R находится точечный заряд $Q > 0$. По сфере распределен равномерно заряд $-4Q < 0$. Найти потенциалы φ_A и φ_C на расстояниях $R/2$ и $2R$ от центра сферы (рис. 6.3).

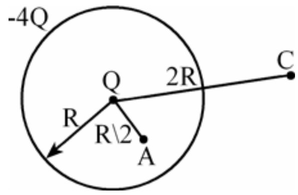

Рис. 6. 3

Решение. Потенциал в любой точке равен сумме потенциалов полей, созданных в этой точке зарядами

Q и $-4Q$. Для точек A и C $\varphi_A = k\dfrac{Q}{R/2} + k\dfrac{-4Q}{R} = -2k\dfrac{Q}{R}$,

$$\varphi_C = k\frac{Q}{2R} + k\frac{-4Q}{2R} = -\frac{3}{2}k\frac{Q}{R}.$$

