

Контрольные вопросы

Решите уравнения 1-5

1(3). (МГУ, 1998, почв.) $\log_{0,5}\left(\log_4 \frac{1}{x}\right) + \log_4(\log_2(16x^2)) = 0.$

2(3). (МГУ, 2000, химфак)

$$(26 + 15\sqrt{3})^x - 5(7 + 4\sqrt{3})^x + 6(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 5.$$

3(3). $(x^2 - 3x + 2)^{2x^2 - 6x + 2} = (x^2 - 3x + 2)^{x^2 - 7x + 3}.$

4(3). $(4x^2 + 4x - 3)^{\left(x - \frac{1}{2}\right)2x + 2} = (4x^2 + 4x - 3)^{4\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+3) + 1}.$

5(3). (МГУ, 2003, ф-т наук о материалах)

$$\log_{\frac{1}{3}}\left(1 + (x^2 - 3x + 2)^2\right) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}.$$

Решите неравенства 6-14

6(3). $\left|2^{2t} + 5 \cdot 2^t - 18\right| - 2^{2t} \geq 18 - 2^t.$

7(3).
$$\frac{\left(2^{x^2-1} - 1\right)\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{3x+4} - \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-7}\right)(9x^2 - 3x - 2)(x - 11)^2}{\left(3^{x+1} - 3^{-5x-4}\right)\left(4^{3x^2-5x} - 4^{-x-1}\right)} \geq 0.$$

8(4). (МГУ, 2003, мехмат)

$$\frac{1}{|7 - \log_3 3x|} + \frac{1}{|4 - \log_9 9x^2|} \leq \frac{1}{|\log_9 81x|}.$$

9(3).
$$\frac{(4x + 25)(4x + 27)\log_{3-\sqrt{5}}(77 - 4x - x^2)}{(2^{x^2-2x} - 2^{x+4})} \geq 0.$$

10(3).
$$\frac{\lg(3x^2 - 3x + 7) - \lg(6 + x - x^2)}{(10x - 7)(10x - 3)} \geq 0.$$

11(2).
$$\frac{\log_3(1 - 2x - x^2)}{\log_{3-\sqrt{5}}(x + 1 + \sqrt{2})} \geq 0.$$

12(3). (МГУ, 1998, экон. ф-т)
$$\frac{\log_7(19 - 16x|x|) - \log_{49}(1 - 4x)^2}{3 - 4x - |4x - 3|} \leq 0.$$

13(3).
$$\left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1\right)^{4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) + 1} \leq \left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1\right)^{2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-1) + 3}.$$

14(3).
$$\frac{\log_{x+10}(x^2 - 2x - 1)}{\log_{23-x}(x^2 - 2x + 0,25)} \geq 0.$$

Задачи

Решите неравенства 1-9

1(3). $\frac{\log_{(20x-x^2-28)}(22x-x^2-46)}{(2x^2-41x+90)} < 0.$

2(3). (МГУ, 2003, химфак)

$$x \log_3 x + 1 \geq \log_3 x \cdot \log_2 3 + x \log_3 2.$$

3(3). (МГУ, 2003, химфак)

$$\log_{\sqrt{2}+\sqrt{3}}(2-|x-1|) > \log_{\sqrt{10}}(2x-x^2).$$

4(3). $(x^2-10x+23)(2^{x^2-9}-2^{7x^2-15x}) \log_{\log_2 \frac{x}{2}}(x^2-10x+22) \geq 0.$

5(4). (МГУ, 1994, мехмат)

$$\log_{7x-4} 3 + \frac{1}{\log_2(7x-4)} \geq \frac{1}{\log_6(9x^2-2x-2)}.$$

6(3). (МГУ, 2003, биофак)

$$(3-x) \log_2(1+\sqrt{7})^{x^2+3x+2} > \sqrt{2-x} \log_3(8+2\sqrt{7})^{(x+1)\sqrt{x+1}}.$$

7(3). (МГУ, 1973, ВМК) $\log_{\frac{x^2-18x+91}{90}}\left(5x-\frac{3}{10}\right) \leq 0.$

8(3). (МГУ, 2003, ф-т почвоведения)

$$\log_{-4x^2+12x-8}|4x-5| > 0.$$

9(5). (МФТИ, 2004)

$$\frac{\log_{x^2} 9}{\sqrt{\frac{1}{2} + \log_{x^2}(x+1)} - \sqrt{\frac{3}{2}}} \geq \frac{\sqrt{2}}{\log_3(x+1) - \log_9 x^4}.$$

10(5). (МГУ, 2003, мехмат) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\log_x \frac{x-a}{1-ax} + \log_{x+1} \frac{x-a+1}{1-ax-a} \geq 0$$

имеет хотя бы три целочисленных решения.

11(4). (МГУ, 1997, псих. ф-т.) При каких действительных p уравнение

$$4^x + 2^{x+2} + 7 = p - 4^{-x} - 2 \cdot 2^{1-x}$$
 имеет решение?

12(3). При каких a существует положительное решение неравенства

$$2 > |3^t + a| + 3^{2t}?$$

13(4). Решите неравенство $\log_x(x-a) > 2$ при всех a .

14(4). Решите неравенство $\log_{3x-x^2}(3a-ax) < 1$ при всех a .