

**Контрольные вопросы**

**1(2).** Сколько решений, удовлетворяющих условию  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ , имеет

$$\text{уравнение } \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)?$$

**2(2).** (МГУ, 1995, ИСАА) Найдите  $x$ , если известно, что числа  $-1, x + 2, \sin(\arcsin x)$ , взятые в указанном порядке, образуют геометрическую прогрессию.

**3(2).** (МГУ, 2000, ф-т почв.) Найдите  $20 \cos(\alpha - \beta)$ , если выполняются равенства:  $\cos \alpha + \cos \beta = 0,3; \sin \alpha + \sin \beta = -1,1$ .

**Решите уравнения**

**4(2).** (МГУ, 1996, химфак)  $\cos 4x + \sin x \sin 3x = 0$ .

**5(2).** (МГУ, 1996, геогр. ф-т)  $\cos\left(\frac{3\pi+1}{2}x\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi-1}{2}x\right) = 1$ .

**6(2).** (МГУ, 1981, биофак)  $\cos\left(2x - \frac{7\pi}{2}\right) = \sin(4x + 3\pi)$ .

**7(2).** (МГУ, 1995, химфак)  $\cos 2x = 2(\cos x - \sin x)$ .

**8(2).** Найдите решение уравнения  $\sqrt{5} \sin x + \cos 2x + 2 \cos x = 0$ , принадлежащее промежутку  $[0^\circ; 360^\circ]$

**9(2).** Найдите наименьшее значение функции  $y(x) = -x^2 - 2x$  на отрезке  $[-2; 2]$ .

**10(2).** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 2x^2 - x^4$  на отрезке  $[-2; 2]$ .

**11(2).** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2 \cos 2x - 12 \cos x + 15.$$

**12(2).** Найдите наибольшее значение функции  $y = 2 \cos 2x + 4 \sin x + 1$ .

**13(2).** Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3$  в точке с абсциссой  $x = 2$ .

**Задачи****Решите уравнения:**

**1(2).** (МГУ, 2003, геогр. ф-т.)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{11\pi}{2} - 4x\right) + \operatorname{tg}x = \sqrt{3}\left(1 - \frac{\operatorname{tg}4x}{\operatorname{ctg}x}\right)$ .

**2(5).** (МФТИ, 2003)  $\sin x + |\cos x| + \sin 4x = \cos 2x$ .

**3(4).** (МФТИ, 2003)  $\frac{|\cos 5x \cos 3x| - \sin 3x \sin 5x}{\cos 2x} = 2 \sin 2x$ .

**4(4).** (МФТИ, 2004)  $\cos 3x + \cos 2x = 3|\cos x| - \cos 4x$ .

**5(3).** (МФТИ, 2004)  $\sin x \sqrt{1 - \cos x} - 2 \sin x = \sin x + \cos x$ .

**6(3).** (МГУ, 2003, мехмат)

$$\sin \frac{x}{2} \sqrt{\cos x} + \cos \frac{x}{2} \sqrt{5 \cos(2x + \pi) - 5 + 9 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} = 0.$$

**7(4).** (МГУ, 2003, мехмат) Найти все значения параметра  $\alpha$ , при каждом из которых уравнение  $\sin \arccos(5x) = \alpha + \arcsin \sin(7x - 3)$  имеет единственное решение.

*Решите системы уравнений:*

**8(4).** (МФТИ, 1981)

$$\begin{cases} 2 \cos 2x = (1 - \operatorname{tg} x)(1 + \sin y + \sin 2x), \\ 8 \cos 2x(\cos^8 x - \sin^8 x) + 1 = 25 \cos^2 y. \end{cases}$$

**9(5).** (МФТИ, 1982)

$$\begin{cases} 3 \cos(4x - 2y) = \sqrt{2} \cos(2x - 2y), \\ \sqrt{2} \sin(x + y) = 3 \sin(y - x). \end{cases}$$

$$10(3). \begin{cases} \sin x \sin(x + y) = \frac{\cos x}{2}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$11(3). \begin{cases} \sin y = \sin x \cos(x + y), \\ \sin y \cos(x + y) = \sin x. \end{cases}$$