

Контрольные вопросы

1(2). Сколько решений, удовлетворяющих условию $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, имеет

уравнение $\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$?

2(2). (МГУ, 1995, ИСАА) Найдите x , если известно, что числа $-1, x + 2, \sin(\arcsin x)$, взятые в указанном порядке, образуют геометрическую прогрессию.

3(2). (МГУ, 2000, ф-т почв.) Найдите $20 \cos(\alpha - \beta)$, если выполняются равенства: $\cos \alpha + \cos \beta = 0,3; \sin \alpha + \sin \beta = -1,1$.

Решите уравнения

4(2). (МГУ, 1996, химфак) $\cos 4x + \sin x \sin 3x = 0$.

5(2). (МГУ, 1996, геогр. ф-т) $\cos\left(\frac{3\pi+1}{2}x\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi-1}{2}x\right) = 1$.

6(2). (МГУ, 1981, биофак) $\cos\left(2x - \frac{7\pi}{2}\right) = \sin(4x + 3\pi)$.

7(2). (МГУ, 1995, химфак) $\cos 2x = 2(\cos x - \sin x)$.

8(2). Найдите решение уравнения $\sqrt{5} \sin x + \cos 2x + 2 \cos x = 0$, принадлежащее промежутку $[0^\circ; 360^\circ]$

9(2). Найдите наименьшее значение функции $y(x) = -x^2 - 2x$ на отрезке $[-2; 2]$.

10(2). Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 2x^2 - x^4$ на отрезке $[-2; 2]$.

11(2). Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2 \cos 2x - 12 \cos x + 15.$$

12(2). Найдите наибольшее значение функции $y = 2 \cos 2x + 4 \sin x + 1$.

13(2). Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3$ в точке с абсциссой $x = 2$.

Задачи

Решите уравнения:

1(2). (МГУ, 2003, геогр. ф-т.) $\operatorname{ctg}\left(\frac{11\pi}{2} - 4x\right) + \operatorname{tg}x = \sqrt{3}\left(1 - \frac{\operatorname{tg}4x}{\operatorname{ctg}x}\right)$.

2(5). (МФТИ, 2003) $\sin x + |\cos x| + \sin 4x = \cos 2x$.

3(4). (МФТИ, 2003) $\frac{|\cos 5x \cos 3x| - \sin 3x \sin 5x}{\cos 2x} = 2 \sin 2x$.

4(4). (МФТИ, 2004) $\cos 3x + \cos 2x = 3|\cos x| - \cos 4x$.

5(3). (МФТИ, 2004) $\sin x \sqrt{1 - \cos x} - 2 \sin x = \sin x + \cos x$.

6(3). (МГУ, 2003, мехмат)

$$\sin \frac{x}{2} \sqrt{\cos x} + \cos \frac{x}{2} \sqrt{5 \cos(2x + \pi) - 5 + 9 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} = 0.$$

7(4). (МГУ, 2003, мехмат) Найти все значения параметра α , при каждом из которых уравнение $\sin \arccos(5x) = \alpha + \arcsin \sin(7x - 3)$ имеет единственное решение.

Решите системы уравнений:

8(4). (МФТИ, 1981)

$$\begin{cases} 2 \cos 2x = (1 - \operatorname{tg} x)(1 + \sin y + \sin 2x), \\ 8 \cos 2x(\cos^8 x - \sin^8 x) + 1 = 25 \cos^2 y. \end{cases}$$

9(5). (МФТИ, 1982)

$$\begin{cases} 3 \cos(4x - 2y) = \sqrt{2} \cos(2x - 2y), \\ \sqrt{2} \sin(x + y) = 3 \sin(y - x). \end{cases}$$

$$10(3). \begin{cases} \sin x \sin(x + y) = \frac{\cos x}{2}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$11(3). \begin{cases} \sin y = \sin x \cos(x + y), \\ \sin y \cos(x + y) = \sin x. \end{cases}$$