

## § 2 Электрический ток.

### 2.1 Электрический ток в проводниках.

#### Направление электрического тока. Сила и плотность тока

Направленное движение электрических зарядов называется *электрическим током*. Носителями зарядов в зависимости от типа проводника могут быть электроны и ионы. В металлических проводниках – это *свободные электроны* или *электроны проводимости*, в гальванических ваннах, т.е. в растворах электролитов, – положительные и отрицательные ионы. Тела или вещества, в которых можно создать электрический ток, называют проводниками электрического тока. Проводниками являются все металлы, водные растворы солей или кислот, ионизованные газы.

При движении свободных заряженных частиц происходит перенос заряда. Количественной характеристикой – *силой  $I$  тока* – принято считать скорость переноса заряда через любое поперечное сечение проводника, т.е. *количество заряда, перемещенного через «контрольную поверхность»*, на которой осуществляется подсчет пересекшего ее заряда, *в единицу времени*,

$$I = \frac{q}{t}, \quad (1)$$

где  $q$  – заряд, прошедший через произвольное фиксированное поперечное сечение проводника за время от 0 до  $t$ . Если сила тока не изменяется со временем, ток называют *постоянным*. Единица измерения силы тока в системе СИ называется Ампером (А) (в честь А.М. Ампера – французского ученого XIX века) и вводится через магнитное взаимодействие токов.

Один *Ампер* есть сила такого тока, поддерживаемого в двух бесконечных (очень длинных) прямолинейных параллельных проводниках ничтожно малой площади поперечного сечения, расположенных на расстоянии 1 м в вакууме, при котором в расчете на 1 метр длины проводника действует сила  $F = 2 \cdot 10^{-7}$  Н.

Единица измерения силы тока *Ампер*, наряду с *метром*, *секундой*, *килограммом*, является основной единицей системы СИ. Единица измерения заряда *Кулон* является производной и вводится в соответствии с (1): один *Кулон* – это электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за 1 с: 1 Кл = 1 А·1с.

За *направление электрического тока* принимают направление, в котором движутся положительно заряженные носители тока.

Отношение силы  $I$  тока к площади  $S$  поперечного сечения проводника называется плотностью тока

$$j = \frac{I}{S}, \quad (2)$$

которая равна силе тока в расчете на единицу площади поперечного сечения.

**Пример 6.** По проводу течет постоянный ток. Через произвольное поперечное сечение за время  $t = 2$  мин протек заряд  $q = 1,2$  Кл. Найдите силу  $I$  тока в проводе и его плотность  $j$ . Площадь поперечного сечения проводника  $S = 0,5$  мм<sup>2</sup>.

**Решение.** Силу тока определим по формуле (1)

$$I = \frac{q}{t} = \frac{1,2}{120} = 0,01 \text{ А,}$$

плотность тока найдем по формуле (2)

$$j = \frac{I}{S} = \frac{0,01}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^4 \text{ А/м}^2.$$

**Пример 7.** Согласно модели, предложенной Нильсом Бором, в основном состоянии атома водорода электрон движется вокруг покоящегося протона по круговой орбите радиуса  $r = 0,53 \cdot 10^{-10}$  м со скоростью  $V = 2,2 \cdot 10^6$  м/с. Какой величине  $I$  тока эквивалентно

движение электрона по орбите? Каково направление этого тока? Элементарный заряд  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

**Решение.** В рассматриваемой модели электрон обращается вокруг протона с периодом  $T = \frac{2\pi r}{V}$ . За  $t = 1$  с электрон пересечет любую контрольную поверхность, на которой происходит подсчет переносимого заряда,  $\nu = \frac{1}{T}$  раз. Тогда через эту поверхность за  $t = 1$  с пройдет заряд  $q = e \cdot \nu$ , т.е. сила эквивалентного тока в соответствии с (1) равна

$$I = \frac{q}{t} = e\nu = e \frac{V}{2\pi r} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{2,2 \cdot 10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,53 \cdot 10^{-10}} = 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Поскольку электрон – отрицательно заряженная частица, то направление рассматриваемого тока противоположно направлению движения электронов.

## 2.2 Электрические цепи. Источники электрического тока

Электрический ток течет в *электрических цепях*, представляющих собой различные приборы и устройства, соединенные проводниками.

Если бы носители заряда, приведенные в движение в замкнутом проводнике, не взаимодействовали с ионами, то они двигались бы бесконечно долго. Такой ток можно наблюдать в некоторых веществах при весьма низких температурах; удельное сопротивление таких веществ – их называют сверхпроводниками – равно нулю при этих температурах.

Но в большинстве проводников при протекании тока движущиеся заряженные частицы взаимодействуют с неподвижными и теряют кинетическую энергию.

Для получения постоянного тока, т.е. неизменяющегося с течением времени, на заряды в электрической цепи должны действовать не только силы электрического поля, но и другие силы, отличные от сил электрического взаимодействия. Такие силы получили общее название *сторонних электродвижущих сил*. Всякое устройство, в котором возникают сторонние силы, называют источником тока. Источниками тока являются, например, батарейки, аккумуляторы и т.д.

Сторонние силы в источниках возникают по разным причинам. В химических источниках, например, в автомобильном аккумуляторе или в гальваническом элементе, они возникают благодаря химическим реакциям в области контакта пластин аккумулятора или электродов батарейки с жидким электролитом. В фотоэлементе они возникают в результате действия электромагнитного излучения на электроны в металле или полупроводнике. В генераторах на электростанции сторонние силы возникают в проводнике при движении в магнитном поле.

Если воспользоваться гидростатической аналогией, то силы электрического поля в электрической цепи можно уподобить силе тяжести, стремящейся выравнять уровни жидкости в сообщающихся сосудах; источник тока с действующими в нем сторонними электродвижущими силами можно сравнить с насосом, работающим против силы тяжести и восстанавливающим разность уровней в сосудах, несмотря на течение жидкости.

Источник тока по результатам своего действия представляет собой устройство, отделяющее положительные заряды от отрицательных. После разделения заряды перемещаются на полюса (электроды) источника. При этом один из электродов заряжается положительно, другой отрицательно. И если к источнику подключить проводник, то эти заряды действуют на заряды проводника вблизи полюсов, те в свою очередь действуют на соседние и т.д. В результате этих коллективных взаимодействий в цепи *на поверхности проводника* возникает такое *распределение зарядов*, которое *обеспечивает существование внутри проводника электрического поля*, а в проводнике под действием сил этого поля течет электрический ток.

### 2.4 Электрическое напряжение. Работа и мощность электрического тока. Тепловое действие тока

В электрической цепи, подключенной к источнику, возникают электрические силы, действующие на носители зарядов и приводящие их в движение. Пусть под действием электрической силы  $F$  частица, несущая заряд  $q$  переместилась вдоль проводника из точки 1 в точку 2, а сила  $F$  совершила над заряженной частицей работу  $A_{12}$ . Отношение работы  $A_{12}$  электрической силы над зарядом  $q$  при перемещении его из точки 1 в точку 2 к самому заряду  $q$  называют электрическим напряжением между точками 1 и 2

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q}. \quad (3)$$

Единицей измерения напряжения в СИ является *Вольт* (В).

*За один Вольт принимается напряжение на концах проводника, при котором работа сил электрического поля по перемещению через этот проводник заряда в один Кулон равна одному Джоулю.*

Эта единица названа в честь итальянского физика – А.Вольта, который в 1800 г. изобрел электрическую батарею и впервые получил с ее помощью постоянный ток, устойчиво поддерживавшийся в электрической цепи. Это открытие знаменовало начало новой эпохи, полностью преобразившей нашу цивилизацию: современная жизнь немыслима без использования электрического тока.

В соотношении (3) индексы 1 и 2 можно опустить, если помнить, что 1 – это точка «старта», 2 – точка «финиша».

Зная напряжение  $U$  на концах проводника и силу  $I$  текущего в проводнике в течение времени  $t$  постоянного тока, вычислим заряд  $q = I \cdot t$ , который протечет за указанное время по проводнику. Тогда за это время силы электрического поля в проводнике совершат работу

$$A = q \cdot U = I \cdot t \cdot U. \quad (4)$$

Это позволяет судить о скорости совершения работы электрическими силами, т.е. о мощности, развиваемой силами электрического поля. Из (4) следует, что в проводнике, напряжение на концах которого равно  $U$ , а сила тока  $I$ , силы электрического поля в единицу времени совершают работу

$$P = \frac{A}{t} = I \cdot U. \quad (5)$$

Напомним, что единицей измерения мощности в СИ служит *Ватт* (Вт). Очень часто работу и мощность электрических сил называют соответственно работой и мощностью электрического тока, тем самым подчеркивают, что это работа по поддержанию электрического тока в цепи.

**Пример 8.** По проводнику в течение  $T = 1$  мин течет постоянный ток силой  $I = 0,2$  А. Напряжение на проводнике  $U = 1,5$  В. Какую работу  $A$  совершают электрические силы в проводнике за указанное время? Найдите мощность  $P$  электрического тока в проводнике.

**Решение.** За время  $T$  через проводник пройдет заряд  $Q = I \cdot T$ . Работа сил электрического поля над этим зарядом в соответствии с (4) равна

$$A = Q \cdot U = I \cdot T \cdot U = 0,2 \cdot 60 \cdot 1,5 = 18 \text{ Дж.}$$

Для ответа на второй вопрос задачи воспользуемся соотношением (5)

$$P = I \cdot U = 0,2 \cdot 1,5 = 0,3 \text{ Вт.}$$

Заметим, что в повседневной жизни, рассчитываясь «за электричество», мы оплачиваем расход электроэнергии – работу электрических сил, а не мощность. И здесь принято работу электрических сил выражать во внесистемных единицах – *киловатт-часах* ( $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 1000 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ )

Работа электрического тока может идти на изменение механической и внутренней энергий проводника. Например, в результате протекания

электрического тока через электродвигатель его ротор (подвижная часть, способная вращаться в отличие от статора) раскручивается. При этом большая часть работы электрических сил идет на увеличение механической энергии ротора, а также других тел, с которыми ротор связан теми или иными механизмами. Другая часть работы электрического тока (в современных электродвигателях один – два процента) идет на изменение внутренней энергии обмоток двигателя, что приводит к их нагреванию (обмотка электродвигателя представляет собой катушку, изготовленную обычно из меди, с большим числом витков).

Обсудим *тепловое действие электрического тока* более подробно.

Из опыта известно, что электрический ток нагревает проводник. Объясняется это явление тем, что свободные электроны в металлах, перемещаясь под действием сил электрического поля, взаимодействуют с ионами вещества и передают им свою энергию. В результате увеличивается энергия колебаний ионов в проводнике, его температура растет, при этом говорят, что в проводнике за некоторое время  $t$  выделяется количество теплоты  $Q_{\text{ТЕПЛ}}$ . Если проводник с током неподвижен и величина тока постоянна, то работа электрических сил идет на изменение внутренней энергии проводника. По закону сохранения энергии это количество равно работе сил электрического поля (4) в проводнике за то же самое время

$$Q_{\text{ТЕПЛ}} = I \cdot t \cdot U. \quad (6)$$

Отсюда мощность  $P$  тепловыделения, т.е. количество теплоты, выделяющейся в единицу времени, на участке цепи, где напряжение равно  $U$ , а сила тока равна  $I$ , составляет

$$P = \frac{Q_{\text{ТЕПЛ}}}{t} = U \cdot I. \quad (7)$$

**Пример 9.** По спирали электроплитки, подключенной к источнику с напряжением  $U = 120$  В, протекает постоянный ток силой  $I = 5$  А в течение  $T = 1$  ч. Какое количество теплоты  $Q_{\text{ТЕПЛ}}$  отдает при этом плитка в окружающую среду?

**Решение.** В окружающую среду будет передано то количество теплоты, которое выделится в спирали нагревательного элемента плитки за указанное время. По формуле (6) находим

$$Q_{\text{ТЕПЛ}} = I \cdot T \cdot U = 5 \cdot 3600 \cdot 120 = 2,16 \cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

**Пример 10.** Электродвигатель, включенный в электрическую сеть с напряжением  $U = 24$  В, за время  $T = 1$  ч работы совершил механическую работу  $A = 1680$  кДж. Сила тока в обмотке  $I = 20$  А. Найдите мощность  $P$  электрического тока и коэффициент полезного действия  $\eta$  двигателя.

Какое количество теплоты  $Q_{\text{ТЕПЛ}}$  выделится в обмотке?

**Решение.** Мощность электрического тока найдем по формуле (5)

$$P = I \cdot U = 20 \cdot 24 = 480 \text{ Вт.}$$

По определению коэффициент полезного действия (КПД)  $\eta$  двигателя равен отношению полезной механической работы  $A$  к работе электрических сил  $A_{\text{эл}}$ , умноженному на 100%. С учетом выражения (4) для работы электрических сил, находим КПД электродвигателя

$$\eta = \frac{A}{A_{\text{эл}}} \cdot 100\% = \frac{A}{UIT} \cdot 100\% = \frac{1680 \cdot 10^3}{24 \cdot 20 \cdot 3600} \cdot 100\% \approx 97\%.$$

Количество теплоты,  $Q_{\text{ТЕПЛ}}$  выделившееся в обмотке, найдем по закону сохранения энергии  $A_{\text{эл}} = A + Q_{\text{ТЕПЛ}}$ .

Отсюда  $Q_{\text{ТЕПЛ}} = A_{\text{эл}} - A = UIT - A = 24 \cdot 20 \cdot 3600 - 1680 = 48 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$

## 2.4 Закон Ома. Электрическое сопротивление.

### Закон Джоуля – Ленца

Как отмечалось выше, для поддержания постоянного тока в проводнике, т.е. движения электронов с постоянной скоростью, необходимо непрерывное действие сил электрического поля на носители

заряда. Это означает, что электроны в проводниках движутся «с трением», иначе говоря, проводники обладают электрическим сопротивлением.

Если состояние проводника остается неизменным (не изменяется его температура и т.д.), то для каждого проводника существует однозначная зависимость между напряжением  $U$  на концах проводника и силой  $I$  тока в нем  $I = f(U)$ . Она называется вольтамперной характеристикой данного проводника.

Для многих проводников эта зависимость особенно проста – линейная: сила тока прямо пропорциональна приложенному напряжению, т.е.

$$I = \frac{1}{R}U, \quad (8)$$

где  $R$  – электрическое сопротивление проводника (постоянная при неизменных условиях величина).

Этот закон носит название закона Ома. Немецкий физик Г. Ом в 1827 г. в результате серии экспериментов установил, что для широкого класса проводников сила  $I$  электрического тока в проводнике пропорциональна напряжению  $U$  на концах проводника.

Сопротивление  $R$  проводника зависит от рода вещества проводника, от его размеров и формы, а также от состояния проводника.

Единицей сопротивления в СИ является один *Ом* (Ом). За один Ом принимается сопротивление такого проводника, в котором при напряжении между его концами один *Вольт* течет постоянный ток силой один *Ампер*

$$1\text{Ом} = 1\text{В}/1\text{А}.$$

Вытекающее из закона Ома (8) соотношение

$$R = \frac{U}{I} \quad (9)$$

можно рассматривать и как *определение сопротивления по приведенной формуле*.

Г.Ом установил, что для проводников  $R$  не зависит от  $U$ .

В технических приложениях для описания процессов в электрических цепях часто используется понятие вольт - амперной характеристики. Для проводников, подчиняющихся закону Ома (8), графиком зависимости силы  $I$  тока в проводнике от напряжения  $U$  на нем будет прямая линия (см. рис. 1). При этом говорят, что проводник имеет линейную вольт-амперную характеристику.

В то же время для полупроводников, электронных ламп, диодов, транзисторов зависимость  $I = f(U)$  носит сложный характер и такие элементы называют нелинейными (или *неомическими*). Для таких

элементов величина  $R$ , вычисленная по формуле  $R = \frac{U}{I}$ , зависит от  $U$ .

В частности при измерении вольт-амперной характеристики лампочки накаливания с вольфрамовой нитью мы обнаружим, что она имеет вид схематически показанный на рис. 2. Искривление вольт-амперной характеристики связано с нагревом нити и увеличением сопротивления нити накала с ростом температуры. В некоторых устройствах, таких как диод, сопротивление зависит от направления тока.

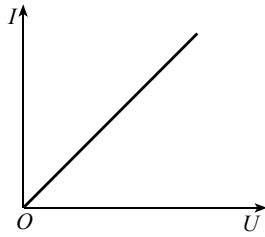


Рис. 1

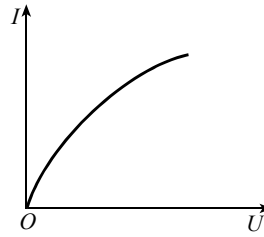


Рис. 2

Обсудим вопрос о тепловыделении в проводнике. С учетом закона Ома (8) формула (7) для мощности тепловыделения принимает вид

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \quad (10)$$

Другими словами, если через резистор  $R$  протекает постоянный ток силой  $I$ , то за  $t$  секунд в резисторе выделяется количество теплоты равное

$$Q_{\text{ТЕПЛ}} = P \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t. \quad (11)$$

Соотношения (10),(11) являются математическим выражением закона, открытого в XIX веке практически одновременно и независимо английским физиком Д. Джоулем и русским физиком Э.Х. Ленцем.

Обратим внимание, что полученный закон является прямым следствием закона сохранения энергии в применении к движению электрических зарядов под действием сил электрического поля.

## 2.5 Расчет сопротивления проводника.

### Удельное сопротивление

Причиной электрического сопротивления является взаимодействие электронов с ионами кристаллической решетки. Зависимость сопротивления проводника от его размеров и вещества, из которого изготовлен проводник, на опытах изучил Г. Ом. Он установил, что сопротивление проволоки длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  определяется по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (12)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление вещества, из которого изготовлен проводник. Эту величину определяют экспериментально, результаты измерений удельного сопротивления приводят в физических справочниках (и в справочных разделах задачников по физике).

В соответствии с формулой (12) единицей удельного сопротивления в СИ служит Ом·м.

Удельное сопротивление вещества зависит от температуры. Для металлов с ростом температуры растет и удельное сопротивление. У электролитов, наблюдается обратная зависимость. Эти обстоятельства следует учитывать на практике при расчетах спиралей электронагревательных приборов, нитей лампочек накаливания т.д.

**Пример 11.** Резистор сопротивлением  $R = 38 \text{ Ом}$  изготовлен из медного провода кругового сечения массой  $m = 11,2 \text{ г}$ . Найдите длину  $l$  провода. Удельное сопротивление меди  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ , плотность меди  $\delta = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .

**Решение.** Обозначим площадь поперечного сечения проводника  $S$ . Тогда объем проводника равен

$$V = S \cdot l,$$

его масса

$$m = \delta \cdot V = \delta \cdot S \cdot l.$$

По формуле (12) сопротивление проводника равно

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Исключая  $S$  из двух последних соотношений, приходим к ответу на вопрос задачи

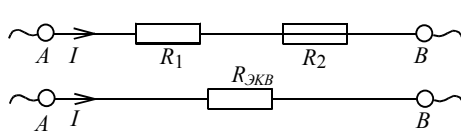
$$l = \sqrt{\frac{mR}{\rho\delta}} = \sqrt{\frac{11,2 \cdot 10^3 \cdot 38}{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 8,9 \cdot 10^3}} = 53 \text{ м.}$$

### 2.6 Соединение проводников в электрической цепи

В электрических цепях, с которыми мы встречаемся на практике, проводники могут быть соединены различными способами. Наиболее простые способы соединения известны как последовательное и параллельное соединения резисторов.

Рассмотрим участок  $AB$  цепи, в котором резисторы с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  соединены **последовательно** (рис. 3).

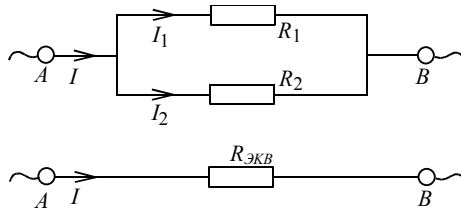
Поставим вопрос: каким сопротивлением  $R_{ЭКВ}$ , подключенным между точками  $A$  и  $B$ , можно заменить последовательно соединенные



сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  так, чтобы напряжение на участке  $AB$  и сила тока, текущего от  $A$  к  $B$  остались не измененными?

Рис. 3

Для ответа на поставленный вопрос заметим, что при последовательном соединении сила тока во всех проводниках одинакова – иначе заряды накапливались бы (или исчезали)



в каких-то точках цепи. Так что  $I = I_1 = I_2$ .

Далее : работа сил электрического поля над любым зарядом при перемещении его из  $A$  в  $B$  будет равна сумме работ электрических сил над этим зарядом, совершаемых силами поля при его пере-

Рис. 4

мещении в каждом проводнике.

Отсюда следует, что напряжение на  $AB$  равно сумме напряжений на резисторах

$$U_{AB} = U_1 + U_2 = I \cdot (R_1 + R_2).$$

В эквивалентной схеме сила тока и напряжение «не заметили» замены  $R_1$  и  $R_2$  на  $R_{ЭКВ}$ . В этом случае по закону Ома  $U_{AB} = I \cdot R_{ЭКВ}$ .

Из сопоставления двух последних равенств находим

$$R_{ЭКВ} = R_1 + R_2. \quad (13)$$

Этот результат легко обобщается на случай  $n$  последовательно соединенных резисторов  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . В этом случае (рекомендуем лично выполнить соответствующий вывод)

$$R_{ЭКВ} = \sum_{i=1}^n R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

Рассмотрим теперь участок  $AB$  цепи, в котором резисторы с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  соединены **параллельно** (см. рис. 4).

Поставим вопрос: каким сопротивлением  $R_{ЭКВ}$ , подключенным между точками  $A$  и  $B$ , можно заменить параллельно соединенные  $R_1$  и  $R_2$  так, чтобы напряжение на участке  $AB$  и сила тока, текущего к узлу  $A$  и вытекающего из узла  $B$  остались неизменными?

Для ответа на поставленный вопрос заметим, что при параллельном соединении проводников работа сил электрического поля в расчете на единичный заряд (см.(3)) в проводниках одинакова (иначе нарушался бы закон сохранения энергии). Это означает, что напряжения на параллельно соединенных проводниках одинаковы. Обозначим его  $U_{AB}$ . Сила тока в каждом проводнике определим по закону Ома

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2}.$$

Далее, в любом узле, т.е. точке, где сходятся более двух проводов, по закону сохранения электрического заряда сумма токов, втекающих в узел, равна сумме токов вытекающих. Отсюда следует, что в рассматриваемой задаче (рис. 4) сила  $I$  тока на входе и на выходе равна сумме сил токов в отдельных ветвях параллельной цепи

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2} = U_{AB} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

В эквивалентной схеме сила  $I$  тока и напряжение  $U_{AB}$  связаны с  $R_{\text{ЭКВ}}$  законом Ома (8)

$$I = \frac{U_{AB}}{R_{\text{ЭКВ}}}.$$

Два последних равенства справедливы при любых значения входящих в них величин  $I$  и  $U_{AB}$ , если

$$\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (14)$$

Этот результат легко обобщается на случай  $n$  параллельно соединенных резисторов  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . В этом случае

$$\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

**Пример 12.** Между точками  $A$  и  $B$  электрической цепи подключены резисторы  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 30$  Ом как показано

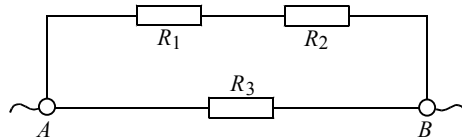


Рис. 5

на рис. 5. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{AB}$  этого участка цепи.

**Решение.** Эквивалентное сопротивление  $R_{12}$  цепочки последовательно соединенных резисторов  $R_1$  и  $R_2$  найдем по формуле (13)

$$R_{12} = R_1 + R_2.$$

Заменяя эти резисторы эквивалентным сопротивлением, получаем участок цепи, в котором к точкам  $A$  и  $B$  параллельно присоединены резисторы  $R_{12}$  и  $R_3$ . Тогда искомое эквивалентное сопротивление найдем из (14)

$$\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3},$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_{12}R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(10 + 20)30}{10 + 20 + 30} = 15 \text{ Ом}.$$

**Пример 13.** Лестничная цепь состоит из последовательности  $N$  одинаковых звеньев (рис. 6а). Последнее звено замкнуто резистором  $R$ .

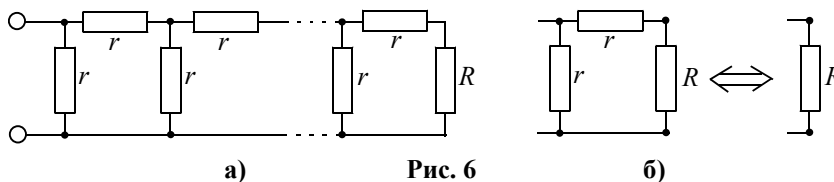


При какой величине отношения  $\frac{R}{r}$  сопротивление цепи не зависит от числа звеньев?

*Решение.* Сопротивление цепи не будет зависеть от числа звеньев, если эквивалентное сопротивление последнего звена (рис. 6б) будет равно  $R$ . Из решения предыдущей задачи получаем

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r+R}.$$

Отсюда находим  $\frac{R}{r} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,618$ .



## 2.7 Измерения силы тока и напряжения в электрических цепях.

### Амперметр и вольтметр

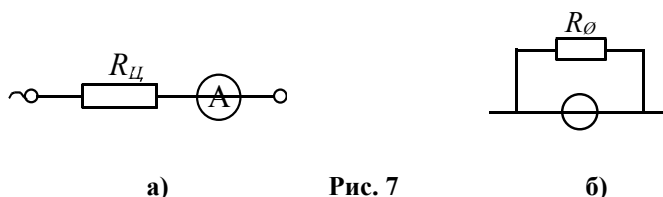
Для измерения токов и напряжений в электрических цепях используются амперметры и вольтметры, основным элементом которых служит гальванометр – прибор, предназначенный для измерения величин токов. Это измерения может быть основано на одном из действий тока: тепловом, физическом, химическом. Гальванометр, градуированный на величину тока, называется амперметром. По закону Ома (8) напряжение и ток связаны прямо пропорциональной зависимостью, поэтому гальванометр можно градуировать и на напряжение. Такой прибор называют вольтметром.

В этом задании мы не будем касаться вопросов, связанных с конкретным устройством электроизмерительных приборов, с их системами и принципами работы. Остановимся лишь на требованиях, предъявляемых к внутренним сопротивлениям амперметров и вольтметров. *Важно, чтобы при включении в цепь для измерений эти приборы вносили как можно меньшее искажение в измеряемую величину.*

*Амперметр* включается в цепь последовательно. Если сопротивление амперметра  $R_A$  и его подключают к участку цепи с сопротивлением  $R_{Ц}$  (рис.7а), то эквивалентное сопротивление участка цепи и амперметра в соответствии с (13) равно

$$R = R_{Ц} + R_A = R_{Ц} \left( 1 + \frac{R_A}{R_{Ц}} \right).$$

Отсюда следует, что амперметр не будет заметно изменять сопротивление участка цепи, если его собственное (внутреннее) сопротивление будет мало по сравнению с сопротивлением участка цепи. Для этого гальванометр снабжают шунтом (синоним – добавочный путь): вход и выход гальванометра соединяются некоторым сопротивлением, обеспечивающим параллельный катушкам гальванометра дополнительный путь для тока (рис.7б). Поэтому внутреннее сопротивление амперметра меньше, чем у примененного в нем гальванометра. (Читателю рекомендуется лично убедиться в этом с помощью соотношения (14)). Амперметр называется идеальным, если его внутреннее сопротивление можно считать равным нулю.



*Вольтметр* подключается к электрической цепи параллельно тому участку, напряжение на котором требуется измерить. Присоединив,

например, вольтметр с сопротивлением  $R_B$  параллельно лампочке с сопротивлением  $R_L$  (рис. 8а), получим участок цепи, эквивалентное сопротивление которого вычисляется по формуле (14)

$$R = R_L \frac{R_B}{R_L + R_B}.$$

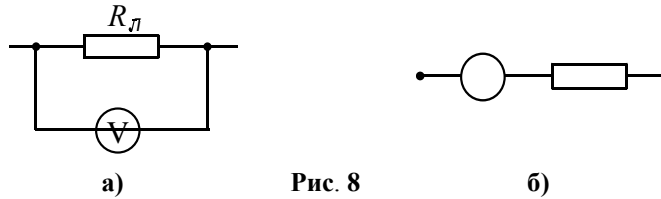


Рис. 8

Отсюда следует, что чем больше сопротивление вольтметра по сравнению с сопротивлением лампочки, тем меньше эквивалентное сопротивление будет отличаться от сопротивления лампочки. Вывод: чтобы процесс измерения меньше искажал значение измеряемого напряжения, собственное (внутреннее) сопротивление вольтметра должно быть как можно больше. Поэтому в вольтметре последовательно катушкам гальванометра включают некоторое сопротивление (рис. 8б). Внутреннее сопротивление такого вольтметра, как правило, во много раз больше сопротивления входящего в него гальванометра. Вольтметр называется идеальным, если его внутреннее сопротивление можно считать бесконечно большим.

Каждый измерительный прибор рассчитан на определенный интервал значений измеряемой величины. И в соответствии с этим проградуирована его шкала. Для расширения пределов измерений в амперметре можно использовать добавочный шунт, а в вольтметре – добавочное сопротивление. Найдем значения этих сопротивлений, увеличивающих максимальную измеряемую величину тока или напряжения в  $n$  раз.

### 2.8 Шунт к амперметру

Если амперметр рассчитан на силу тока  $I_m$ , а с его помощью необходимо измерять силу тока в  $n$  раз большую (см. рис. 9), то в этом случае, подключив параллельно амперметру шунт, разделим ток силой  $nI_m$  на два тока: один из них силой  $I_m$  будет течь через амперметр, тогда через шунт будет протекать ток силой  $I_{ш} = (n - 1)I_m$ . Поскольку шунт включен параллельно амперметру, то напряжения на шунте  $U_{ш} = (n - 1)I_m R_{ш}$  и амперметре  $U_A = I_m R_A$

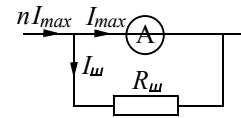


Рис. 9

равны,  $U_A = U_{ш}$ . Из равенства напряжений  $I_{\max} R_A = (n - 1)I_{\max} R_{ш}$  находим

$$R_{ш} = \frac{R_A}{n - 1}. \quad (15)$$

### 2.9 Добавочное сопротивление к вольтметру

Если вольтметр рассчитан на максимальное напряжение  $U_{\max}$ , а с его помощью необходимо измерять напряжение в  $n$  раз большее, то, подключив последовательно с вольтметром добавочное сопротивление (см. рис. 10), разделим напряжение  $n \cdot U_{\max}$  на два слагаемых: одно из

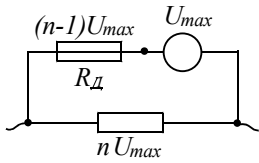


Рис.10

них – это напряжение  $U_{\max}$  на вольтметре, второе – напряжение  $(n-1)U_{\max}$  на добавочном сопротивлении.

Поскольку добавочное сопротивление включено последовательно с вольтметром, то через вольтметр и добавочное сопротивление течет одинаковый ток, т.е. справедливо равенство

$$\frac{U_{\max}}{R_B} = \frac{(n-1)U_{\max}}{R_D}.$$

Отсюда

$$R_D = (n-1)R_B. \quad (16)$$

**Пример 14.** Шкала гальванометра имеет  $N = 100$  делений, цена деления  $\delta = 1$  мкА. Внутренне сопротивление гальванометра  $R_G = 1,0$  кОм. Как из этого прибора сделать вольтметр для измерения напряжений до  $U = 100$  В, или амперметр для измерения токов силой до  $I = 1$  А?

**Решение.** Максимально допустимый ток  $I_{\max}$  через гальванометр равен цене деления, умноженной на число делений  $I_{\max} = \delta \cdot N = 1 \cdot 100 = 100$  мкА. При максимальном токе напряжение на приборе максимально и по закону Ома (8) равно

$$U_{\max} = I_{\max} \cdot R_G = 10^{-4} \cdot 10^3 = 0,1 \text{ В.}$$

Для использования этого гальванометра в качестве амперметра для измерения токов силой до  $I = 1$  А необходимо параллельно с ним включить шунт, сопротивление которого найдем по формуле (15)

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{n-1} = \frac{R_G}{\frac{I}{I_{\max}} - 1} = \frac{10^3}{\frac{1}{10^{-4}} - 1} \approx 0,1 \text{ Ом.}$$

В этом случае максимальному отклонению стрелки на шкале гальванометра соответствует ток в цепи силой  $I = 1$  А.

Для использования этого гальванометра в качестве вольтметра для измерения напряжений до  $U = 100$  В необходимо последовательно с ним включить добавочное сопротивление, величину которого найдем из (16)

$$R_D = \left( \frac{U}{U_{\max}} - 1 \right) R_G = \left( \frac{100}{0,1} - 1 \right) \cdot 10^3 = 999 \text{ кОм.}$$

В этом случае максимальному отклонению стрелки на шкале гальванометра соответствует напряжение между точками подключения  $U = 100$  В.

**Пример 15.** Для измерения сопротивления  $R$  проводника собрана электрическая цепь, показанная на рис. 11. Вольтметр  $V$  показывает напряжение  $U_V = 5$  В. Показание амперметра  $A$  равно  $I_A = 25$  мА. Найдите величину  $R$  сопротивления проводника.

Внутренне сопротивление вольтметра  $R_V = 1,0$  кОм.

Внутреннее сопротивление амперметра  $R_A = 2,0$  Ом.

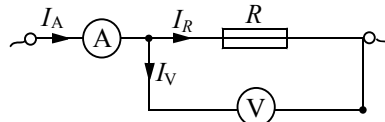


Рис. 11

**Решение.** Ток  $I_A$ , протекающий через амперметр, равен сумме токов  $I_V$  и  $I_R$ , протекающих через вольтметр и амперметр соответственно. Напряжения на резисторе  $U_R = I_R \cdot R$  и вольтметре  $U_V = I_V \cdot R_V$  одинаковы и равны показанию  $U_V$  вольтметра. Таким образом, приходим к системе уравнений

$$I_A = I_V + I_R, \quad U_V = I_V \cdot R_V = I_R \cdot R,$$

решение которой

$$R = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}} = \frac{5}{25 \cdot 10^{-3} - \frac{5}{10^3}} = 250 \text{ Ом},$$

определяет величину  $R$  сопротивления проводника по результатам измерений. Заметим, что для приведенной схемы величина внутреннего сопротивления амперметра оказалась несущественной:  $R_A$  не входит в ответ.