

**Министерство образования Российской Федерации
Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Заочная физико-техническая школа**

ФИЗИКА

Световые явления

Задание №4 для 8-х классов

(2003-2004 учебный год)



г. Долгопрудный, 2004

Составитель: В.П.Слободянин, доцент кафедры общей физики МФТИ.

Физика: задание №4 для 8-х классов (2003-2004 учебный год). - М.: МФТИ, 2004, 24с.

Дата отправления заданий по физике и математике – 28 апреля 2004г.

Дорогие ребята!

Подходит к концу учебный год – Вы получили последнее задание. Многие из Вас успешно справились с программой, но есть и задолжники. Настоятельно советуем Вам поторопиться с выполнением заданий ЗФТШ, т.к. долги будут приниматься *до 15 мая*.

Слободянин Валерий Павлович

Изд. лиц. №040060 от 21.08.96г. Подписано в 22.03.04.

Формат 60x90 1/16. Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,5

Уч.-изд. л. 1, 33. Тираж 2100. Заказ №16-з.

Заочная физико-техническая школа
Московский физико-технический институт
(государственный университет)
«ФИЗТЕХ-ПОЛИГРАФ»

141700, Москов. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
ЗФТШ при МФТИ, тел/факс (095) 408-5145 – **заочное отделение**
тел./факс (095) 485-4227 – **очно-заочное отделение**
тел.409-9583 – **очное отделение**

***E.mail* : zftsh@pop3.mipt.ru**

Наш сайт: www.school.mipt.ru

© Московский физико-технический институт
(государственный университет), 2004
© ЗФТШ при МФТИ, 2004
© Слободянин В.П.

Введение

В тексте задания вам может встретиться материал, который при первом прочтении покажется сложным. Следует, однако, иметь в виду, что математические выкладки приведены в тексте только для того, чтобы показать, как получаются те или иные рабочие формулы. Как правило, в учебниках их дают без вывода.

Если приводимые в тексте доказательства покажутся сложными или непонятными, не огорчайтесь! Изучайте пособие дальше, а к непонятным местам вернетесь позже. Если и это не поможет – обратитесь за помощью к учителю физики.

Контрольные вопросы и задачи, предлагаемые в конце задания, не выходят за рамки изложенного в задании материала, поэтому у тех, кто все внимательно изучит, не вызовут затруднений.

§ 1. О роли моделей в физике

Любое исследование природных явлений начинается с моделирования. Модель может быть умозрительной, а может воплотиться “в железе”. Например, в астрофизике невозможно поэкспериментировать над созданием даже небольшой галактики, поэтому здесь применяется умозрительное моделирование. А вот, например, инженеры, проектирующие корабли и самолеты, обычно прибегают к моделям иного рода.

Модели нужны для более глубокого понимания наиболее существенных моментов изучаемых явлений.

Заметим, что модель более-менее удачно отражает какое-либо явление лишь с известной точностью и применима в известных границах. Для физики крайне важно понимать и “чувствовать” эти границы. Основательное изучение модели и сопоставление ее с действительностью обычно приводит к усовершенствованию модели или даже полной ее замене. И тут уж ничего не поделаешь. Таков путь познания истины.

Мы с вами начинаем изучать световые явления, точнее их наиболее простую часть – геометрическую оптику.

В качестве первого шага введем несколько простейших моделей, которые нам в дальнейшем здорово помогут. По мере углубления наших знаний мы будем эти модели подправлять. А пока...

Модель №1. Будем считать, что свет – это поток мельчайших частиц – фотонов, мчащихся в пустоте с невероятной скоростью $3 \cdot 10^8$ метров в секунду. (В физике и математике не принято писать числа со многими нулями. Вместо них пишут множитель в виде десятки, возведенной в соответствующую степень.). Скорость света столь велика, что вплоть до середины XIX века ее не удавалось измерить в лабораторных условиях. Более того, многие физики считали ее бесконечно большой. До поры-до времени, и мы можем придерживаться этой точки зрения.

Весь наш жизненный опыт подсказывает, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно. Логично поэтому ввести понятие светового луча, т.е. прямой, проведенной от источника света до точки наблюдения, вдоль которой распространяются фотоны.

Модель №2. Точечный источник. Все реальные источники света имеют конечные размеры. Но если по смыслу задачи размерами источника света можно пренебречь, то говорят, что источник – точечный. С последней моделью нужно обращаться аккуратно, т.к. “коварные” составители задач иногда так формулируют условия, что сразу непонятно, какой источник рассматривается в задаче – точечный или протяженный. Вот два примера.

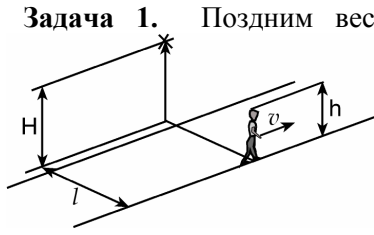


Рис. 1.1

вдоль тротуара?

Решение. Судя по условию задачи, фонарь можно считать точечным источником. Построим ход лучей фонаря для двух положений молодого человека (рис. 1.2). Пусть Γ_1 и Γ_2 – положение головы, H_1 и H_2 – положение ног в рассматриваемые моменты времени, а T_1 и T_2 – положение тени головы. Прямые $\Gamma_1\Gamma_2$ и H_1H_2 параллельны, следовательно, они

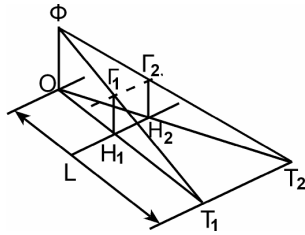


Рис. 1.2.

параллельны прямой T_1T_2 . Отсюда следует, что тень головы человека движется по прямой линии, параллельно краю тротуара. Треугольники $\Phi\Gamma_1\Gamma_2$ и ΦT_1T_2 подобны. Подобны и треугольники OH_1H_2 и OT_1T_2 . Расстояние L от фонарного столба до линии T_1T_2 найдем из пропорции $L/H = (L-l)/h$, откуда путем несложных преобразований получаем

$$\frac{L}{l} = \frac{H}{H-h}.$$

Теперь рассмотрим подобные треугольники T_1OT_2 и H_1OH_2 . Пусть за единицу времени человек прошел путь от H_1 до H_2 . За это же время тень головы пройдет путь T_1T_2 . Значит отношение скорости v_T тени к скорости v человека равно отношению L к l , т.е. $v_T/v = L/l$. Откуда следует, что скорость v_T постоянна и равна

$$v_T = v \frac{H}{H-h}.$$

Задача 2. Мачта высотой $H = 13$ м и диаметром $D = 13$ см отбрасывает на землю тень. Высота солнца над горизонтом $\varphi = 13^\circ$. Чему равна длина L тени шеста?

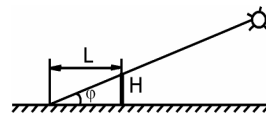


Рис. 1.3

Решение. Формально решение таково (рис. 1.3):

$$L = \frac{H}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{13}{\operatorname{tg}13^\circ} \approx 56 \text{ м.}$$

Но в таком решении никак не используется толщина мачты. К чему бы это?

Дело в том, что приведенный способ решения был бы верен в случае точечного источника света. Угловой размер Солнца хоть и мал (приблизительно $0,5^\circ$), может изменить результаты вычислений.

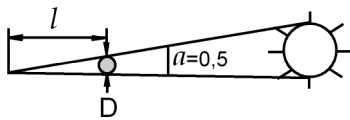


Рис. 1.4

На плане (см. рис. 1.4) показано, что полная тень наблюдается там, где видимые угловые размеры диаметра мачты превосходят угловой размер Солнца.

$$l \approx \frac{D}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{0,13}{\operatorname{tg} 0,5^\circ} \approx 15 \text{ м.}$$

L – проекция наклонной линии l , следовательно,

$$L = l \cos \varphi \approx 15 \text{ м} \cos 13^\circ \approx 14,5 \text{ м.}$$

Это почти в четыре раза меньше формального ответа!

§ 2. Камера-обскура

Выполните дома следующий эксперимент: в середине листа плотной бумаги (подойдет обложка от исписанной ученической тетради) проделайте квадратное отверстие со стороной 2–3 мм. Назовем это приспособление «маской». Прикрепите к стене экран (лист белой бумаги) и направьте на него свет от настольной лампы. Лампочка должна быть прозрачная, а не матовая! Маску поместите между лампой и экраном на расстоянии 20–30 см от экрана. Эксперимент желательно проводить в вечернее время, когда в комнате полумрак. На экране появится светлое пятно от отверстия в маске. Попробуйте до опыта, не читая текст следующего абзаца, предсказать форму этого пятна. Затем проделайте эксперимент. Совпала ли увиденная картинка с вашим предсказанием? Попробуйте самостоятельно объяснить форму светлого пятна, полученного сквозь отверстие в маске.

Скорее всего, вы увидите на экране ломаную линию в виде буквы М. Это изображение нити накала лампочки. Ведь источник света – не точечный. От точечного источника изображение отверстия в маске имело бы квадратную форму. В нашем случае светлая полоска есть совокупность изображений маленьких квадратиков, даваемых каждой точкой спирали. Если же приблизить маску к экрану на расстояние в несколько сантиметров, то изогнутая линия превратится в квадрат, подобный отверстию в маске!

Если у вас есть фотоаппарат со съемным объективом, вы можете проделать еще один интересный опыт. Выверните объектив и на его место вставьте удлинительное кольцо, переднюю поверхность, которого предварительно следует заклеить плотной черной бумагой с маленьким отверстием в центре. Отверстие можно проколоть обычной иглой. Получившийся прибор называется камерой-обскурой. С ее помощью можно делать вполне приличные фотографии. Важно только, чтобы фотографируемый объект был хорошо освещен Солнцем. Фотопленка годится самая обыкновенная. В солнечный день можно заснять вид улицы, дом, дерево и т.д. Правда выдержка должна составлять несколько секунд и съемку следует делать, надежно закрепив фотоаппарат. Между прочим, именно так и делались первые фотографии.

Сейчас фотоаппараты благодаря хорошим объективам почти отовсюду вытеснили камеру-обскуру. Но есть задачи, для решения которых фотоаппарат не годится. Например, при съемке в рентгеновских лучах. Кроме того, у снимков, выполненных камерой-обскурой нет ряда искажений, характерных для фотоаппаратов с линзами.

Обратите внимание на то, что камера-обскура дает перевернутое изображение.

Задача 3 (экспериментальная). Определите среднее расстояние между витками нити накала лампочки, не разбивая ее.

Оборудование: настольная лампа (лампочка не должна быть матовой), фольга (например, от большой шоколадки), игла, лист белой бумаги, рулетка или измерительная лента (в крайнем случае, подойдет линейка).

Решение. Прорежем фольгой отверстие в центре фольги. Прикрепим к стене лист белой бумаги. Это будет экран. Лампу следует установить на расстоянии около двух метров от экрана. Поместим между лампой и экраном фольгу так, чтобы изображение нити накала было видно на

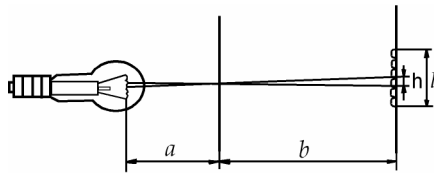


Рис. 2.1

экране. Фольгу следует располагать ближе к лампе. Тогда изображение спирали (см. рис. 2.1) будет увеличенным в b/a раз. Чем большее увеличение мы хотим получить, тем больше должно быть

отношение b/a .

Пусть шаг спирали равен H , тогда $H/h = a/b$ и, следовательно

$$H = h \frac{a}{b}. \quad (2.1)$$

Для более точного определения шага h изображения спирали следует измерить расстояние l между несколькими k витками. В этом случае $h = l/k$.

§ 3. Законы отражения света

Возьмем какое-нибудь вещество с идеально гладкой поверхностью (идеально гладкая поверхность – тоже модель) и направим на эту поверхность световой луч (рис. 3.1) (\vec{S}_1 – вектор, направленный вдоль падающего луча). В точке O , где луч упирается в плоскость, построим к плоскости внешнюю нормаль \vec{N} (т.е. перпендикуляр) и, наконец, через луч \vec{S}_1 и нормаль \vec{N} проведем плоскость P . Эта плоскость называется плоскостью падения. Из какого бы вещества ни состояла выбранная нами поверхность, некоторая часть падающего излучения отразится. В каком направлении пойдет отраженный луч \vec{S}_2 ?

Было бы странно, если бы он отклонился от плоскости падения, например, вправо или влево: ведь свойства пространства с обеих сторон от этой плоскости одинаковы. К счастью, такого и не происходит. Падающий луч \vec{S}_1 , нормаль \vec{N} и отраженный луч \vec{S}_2 всегда лежат в одной плоскости. Это один из основных законов геометрической оптики.

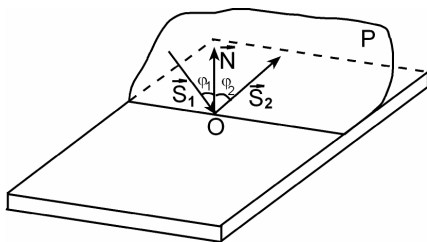


Рис. 3.1

Острый угол, лежащий между лучом \vec{S}_1 и нормалью \vec{N} , называется углом падения. Обозначим этот угол символом φ_1 . Острый угол, образованный отраженным лучом \vec{S}_2 и нормалью (обозначим его φ_2), называется углом отражения. Многочисленные наблюдения и измерения позволяют нам сформулировать еще один закон геометрической оптики:

угол падения равен по абсолютной величине углу отражения, т.е.

$$|\varphi_1| = |\varphi_2|. \quad (3.1)$$

Коснемся кратко еще одного вопроса. Гладкая поверхность, которая отражает почти все падающее на него излучение, называется зеркальной. Напрашивается вопрос: почему «почти все», а не «все»? Ответ прост: идеальных зеркал в природе не бывает. Например, зеркала, с которыми вы встречаетесь в быту, отражают до 90% падающего света, а оставшиеся 10% поглощают. В современных лазерах применяются зеркала, отражающие примерно 99% излучения (правда, в довольно узкой области спектра). Но для изготовления таких зеркал была разработана целая научная теория и организовано специальное производство. Чистая прозрачная вода тоже отражает часть падающего на ее поверхность излучения. При падении света вдоль нормали к поверхности отражается чуть меньше 2% энергии падающего излучения. С увеличением угла падения доля отраженного излучения возрастает.

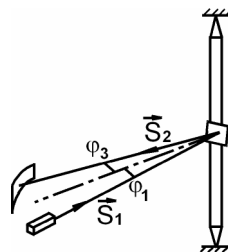


Рис. 3.2

Задача 4. Для измерения малых углов отклонения часто используется следующий прием. К поверхности отклоняющегося предмета прикрепляют легкое маленькое зеркальце, на которое направляют узкий пучок света. Если теперь на большом расстоянии L от зеркальца установить экран, на который попадает отраженный луч, то по смещению «зайчика» легко найти угол поворота предмета. Определите величину этого угла, если $L = 2,5$ м, а смещение l «зайчика» на экране равно 5 см.

Решение. Рассмотрим схему эксперимента (рис. 3.2). Первоначально было выполнено условие $\varphi_1 = \varphi_3$. Следовательно, величина угла между падающим и отраженным лучом $\beta = \varphi_1 + \varphi_3 = 2\varphi_1$. Предположим, что зеркало повернулось на угол α . В этом случае угол падения станет равным φ_1' , а угол между лучами \vec{S}_1 и \vec{S}_2 , соответственно

$$\beta' = \varphi_1' + \varphi_3' = 2\varphi_1' = 2(\varphi_1 + \alpha) = 2\varphi_1 + 2\alpha = \beta + 2\alpha.$$

Отсюда находим угол, на который повернется отраженный луч:

$$\Delta\varphi = \beta' - \beta = (\beta + 2\alpha) - \beta = 2\alpha.$$

Поскольку $\Delta\varphi \cong \frac{l}{L}$, после подстановки исходных данных получим

$$\alpha = \frac{1}{2} \Delta\varphi = \frac{1}{2} \frac{5}{250} = \frac{1}{100} \text{ или в градусах (напомним, что 1 радиан}$$

примерно равен 57°) $\alpha \approx 0,57^\circ$. Заметьте, что результат не зависит от того, в какую сторону поворачивается предмет с зеркальцем. Типичная ошибка, допускаемая при решении подобных задач, заключается в том, что считают $\Delta\varphi = \alpha$ и, таким образом, завышают величину измеряемого угла в два раза.

§ 4. Плоские зеркала

При построении изображения некоторой точки S в плоском зеркале необходимо использовать, по крайней мере, два произвольных луча.

Методика построения понятна из рис. 4.1. С практической точки зрения один из лучей (на рисунке это луч 1) целесообразно пустить вдоль нормали к зеркалу.

Принято называть изображение предмета, полученное в результате пересечения отраженных лучей, действительным, а изображение,

полученное при пересечении продолжений этих лучей за зеркало, – мнимым. Таким образом, S_1 – мнимое изображение источника S .

Задача 5. Лампочка настольной лампы находится на расстоянии $L_1 = 0,6$ м от поверхности стола и $L_2 = 1,8$ м от потолка. Нить накала лампочки можно считать точечным источником света. На столе лежит

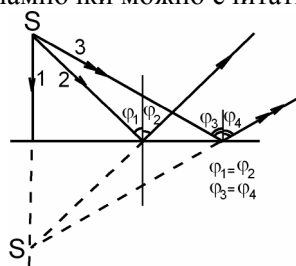


Рис. 4.1

осколок плоского зеркала в форме треугольника со сторонами 5 см, 6 см и 7 см.

- 1) На каком расстоянии x от потолка находится изображение нити накала лампочки, даваемое зеркалом?
- 2) Найти форму и размеры «зайчика», полученного от осколка зеркала на потолке (МФТИ, 1996).

Решение. Выполним рисунок, поясняющий

смысл задачи (рис. 4.2). Обратите внимание на два обстоятельства:

а) зеркало находится на столе на некотором произвольном расстоянии от лампы;

б) изображение можно построить с помощью любых лучей, «отраженных» от плоскости, совпадающей с плоскостью зеркала (например, лучей 3' и 4'). Легко показать, что $SC = CS_1$, т. е. $L_3 = L_1$.

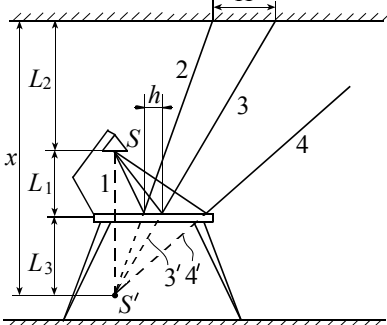


Рис. 4.2

Следовательно, расстояние $x = 2L_1 + L_2 \Rightarrow x = 2 \cdot 0,6 + 1,8 = 3$ м.

Для определения формы и размера «зайчика» удобно рассмотреть лучи, «исходящие» от мнимого изображения S_1 . Т.к. плоскость зеркала и потолка параллельны, форма «зайчика» будет подобна зеркалу. Найдем коэффициент подобия.

Если длина стороны зеркала h , а соответствующая ей длина стороны «зайчика» равна H , то можно записать пропорцию:

$$\frac{h}{H} = \frac{L_3}{x} = \frac{0,6 \text{ м}}{3 \text{ м}} = \frac{1}{5} \Rightarrow H = 5h.$$

Таким образом, длины стороны «зайчика» равны 25 см, 30 см и 35 см соответственно.

§ 5. Система двух зеркал

Совершенно иная картина получается при отражении точечного источника S в системе двух зеркал M_1 и M_2 . (M – от английского mirror – зеркало.)

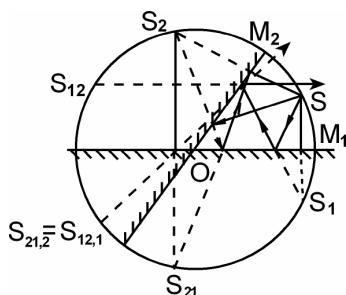


Рис. 5.1

Рассмотрим характерный пример. Пусть два плоских зеркала образуют двугранный угол величиной 60° , а между зеркалами находится точечный источник света S . В этом случае кроме двух мнимых изображений S_1 и S_2 источника S в зеркалах M_1 и M_2 можно будет увидеть изображения этих изображений (см. рис. 5.1).

В самом деле: изображение S_1 можно

принять за новый точечный источник, который, отразившись в зеркале M_2 , даст новое мнимое изображение S_{12} . Аналогичным образом изображение S_{21} получается в результате отражения второго мнимого точечного источника S_2 в зеркале M_1 . Наконец, источник S_{12} , отразившись в зеркале M_1 , даст изображение $S_{12,1}$. С ним совпадает изображение $S_{21,2}$, получившееся в результате отражения источника S_{21} в зеркале M_2 .

Обратите внимание на то, что все изображения лежат на окружности радиуса R , равного длине отрезка SO . Таким образом, наблюдатель может увидеть в нашей системе зеркал 6 источников: настоящий источник S и пять его мнимых изображений: $S_1, S_2, S_{12}, S_{21}, S_{21,2}$, совпадающий с $S_{12,1}$.

Внимание! Изображение $S_{21,2}$ ($S_{12,1}$) не может отразиться ни в зеркале M_1 , ни в зеркале M_2 , т.к. находится с их тыльной (не отражающей) стороны. На рисунке эта сторона зеркал показана штриховкой.

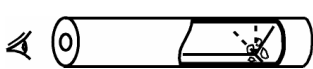


Рис. 5.2

По сути дела мы с вами рассмотрели устройство известной детской игрушки – калейдоскопа. Изобрел калейдоскоп в 1817 году известный шотландский физик Дэвид Брюс-тер. Калейдоскоп состоит из двух плоских прямоугольных зеркал, расположенных под углом 60° и помещенных в цилиндрическую трубку. Разноцветные стеклышки в дальнем конце трубки просвечиваются через матовое стекло. При вращении

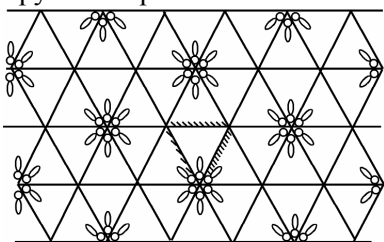


Рис. 5.3

калейдоскопа стеклышки меняют свое расположение, и их рисунок отражается в двух зеркалах, образуя симметричный орнамент (см. рис. 5.2). Если в калейдоскоп вставить третье зеркало так, что зеркала образуют треугольную призму, то в калейдоскопе получится целое поле симметричных узоров (см. рис. 5.3).

§ 6. Катафот

Если два прямоугольных плоских зеркала, образующих прямой угол, поставить на третье зеркало, мы получим оптическую систему, состоящую из трех взаимно перпендикулярных зеркал, известную, как «угловой отражатель» или «катафот». Катафот обладает двумя очень интересными свойствами:

1) одно из видимых в нем изображений находится в вершине угла, образованного всеми тремя зеркалами. Никакой поворот системы зеркал вокруг этой вершины не влияет на положение этого изображения;

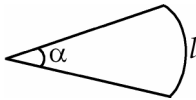
2) луч света, попавший в вершину углового отражателя, обращается строго назад, откуда он пришел, каким бы ни было это направление. Это замечательное свойство используется при изготовлении отражателей для дорожных указателей, велосипедов и автомашин.

Такой отражатель в свое время с помощью ракеты доставили на Луну и затем по отражению лазерного луча, посланного к Луне с Земли, измерили с высокой точностью расстояние до нашего естественного космического спутника.

§ 7. Приближение параксиальной оптики

Поскольку физика по своей сути наука экспериментальная, в ней почти всегда получаются приближенные результаты. Тому много причин: неточность измерительной аппаратуры, приближенный характер используемых законов, неточность вычислительных приборов и т.д. Учитывая все это, физики иногда уже сами исходные формулы сознательно записывают в приближенном виде. Это здорово облегчает им жизнь, упрощает вычисления и экономит время. Давайте рассмотрим одно из таких полезных упрощений. Называется оно *приближение параксиальной оптики*, а суть его заключается в том, что рассматриваются только те лучи, которые на своем пути незначительно отклоняются от оптической оси системы¹. Тогда угол между оптической осью и падающим лучом света настолько мал, что можно считать

$$\cos \varphi \approx 1, \text{ а } \operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi. \quad (7.1)$$



Здесь φ выражен в радианах.

Примечание. Рассмотрим центральный угол α (см. рис. 7.1). Отношение длины l дуги окружности центрального угла к радиусу этой окружности называется радианной мерой угла.

Рис. 7.1 Радианная мера угла получается из градусной меры умножением на $\pi/180^\circ$. В частности, радианная мера угла в 180° равна π , а радианная мера прямого угла равна $\pi/2$. *Пример.* В треугольнике ABC (рис.7.2) приближенно можно считать, что ве-

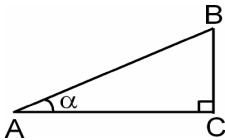


Рис. 7.2 считать, что ве-

личина угла α , выраженная в радианах, равна отношению $\frac{BC}{AC}$.

§ 8. Сферические зеркала

Трудно встретить человека, который бы не видел сферических зеркал. В самом деле, кто из нас не любовался сверкающими разноцветными шарами на новогодней елке, кто не потешался над своим изображением, искаженным сферической поверхностью.

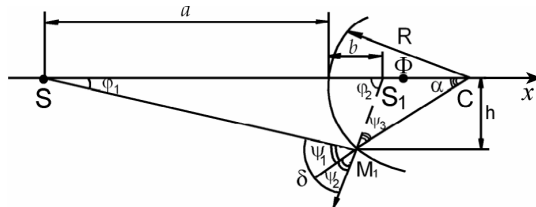


Рис. 8.1

Наверное, вы обращали внимание на то, что чем дальше предмет от зеркала, тем правильнее его пропорции. Законами построения таких «правильных» изображений мы и займемся (см. рис. 8.1).

Проведем через центр C сферы оптическую ось X . Разместим на ней точечный источник света S . Пусть SM_1 – произвольный луч от источника до зеркала, ψ_1 – угол падения, ψ_2 – угол отражения. Если продолжить отраженный луч за зеркало (внутри шара), то на его пересечении с осью X (одновременно это и второй луч) будет лежать изображение S_1 источника S . Попытаемся найти аналитическую связь между углами φ_1 и φ_2 .

Для треугольника SM_1S_1 угол δ – внешний, а по теореме о внешнем угле треугольника

¹ Оптическая ось системы – это общая ось всех входящих в систему линз и зеркал. Оптическая ось линзы – это прямая, проходящая через центры кривизны преломляющих поверхностей.

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (8.1)$$

Для треугольника M_1S_1C угол φ_2 – внешний. По теореме о внешнем угле треугольника

$$\varphi_2 = \alpha + \psi_3. \quad (8.2)$$

Так как $\psi_1 = \psi_2$ (по закону отражения), то $\delta = 2\psi_2$. Углы ψ_2 и ψ_3 равны как вертикальные, следовательно

$$\delta = 2\psi_3. \quad (8.3)$$

Подстановка (8.3) в (8.2) дает: $\varphi_2 = \alpha + \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2(\varphi_2 - \alpha)$.

Подставим последнее выражение в (8.1):

$$2(\varphi_2 - \alpha) = \varphi_1 + \varphi_2 \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = 2\alpha. \quad (8.4)$$

Смотрите! Если зафиксировать точку M_1 на зеркале, то угол α тоже окажется фиксированным. Если теперь смещать источник S вдоль оси x , то углы φ_1 и φ_2 будут изменяться, но их разность окажется неизменной. В пределе, при удалении S влево на бесконечно большое расстояние угол φ_1 обратится в ноль, а $\varphi_2 = 2\alpha$.

Для наглядности мы сильно исказили рисунок 8.1. В приближении параксиальной оптики расстояние h от точки M_1 до оси X мало, т.е. $h \ll R$, где R – радиус сферического зеркала, следовательно, можно записать приближенные равенства

$$\varphi_1 \approx \frac{h}{a}, \quad \varphi_2 \approx \frac{h}{b}, \quad \alpha \approx \frac{h}{R}.$$

Их подстановка в (8.4) даст:

$$\frac{h}{b} - \frac{h}{a} = 2 \frac{h}{R},$$

или после сокращения на h

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{2}{R}. \quad (8.5)$$

В силу произвольности выбора точки M_1 легко сделать вывод, что пучок параллельных лучей, распространяющихся вдоль оптической оси, соберется в точке Φ , отстоящей от центра сферы на расстояние $\frac{R}{2}$, и называемой *фокусом* сферического зеркала. Обозначим это расстояние символом F . Итак,

$$F = \frac{R}{2}, \quad (8.6)$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \quad (8.7)$$

Плоскость, перпендикулярная главной оптической оси X и отстоящая от поверхности сферического зеркала (и центра сферы) на расстояние $R/2$, называется *фокальной плоскостью*.

Используя приближения параксиальной оптики, мы получили удобные формулы для построения изображений точечных источников в выпуклых сферических зеркалах.

Несложно обобщить результаты на случай вогнутых сферических зеркал (см. рис. 8.3).

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\alpha, \quad (8.8)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \quad (8.9)$$

Замечательно то, что подобного рода формулы получаются и для линз.

§ 9. Преломление света

Направим в аквариум, наполненный водой, узкий пучок света. Если угол падения не слишком велик, то большая часть света пройдет в воду. Рассуждая, как и в случае с отражением, можно ожидать, что прошедший в воду луч остается лежать в плоскости падения (рис. 9.1).

Назовем острый угол φ_2 , лежащий между прошедшим лучом и нормалью \vec{N} , проведенной к поверхности воды, углом преломления. Тщательные измерения показали, что между углом падения и углом преломления нет такой простой связи, как в случае с отражением.

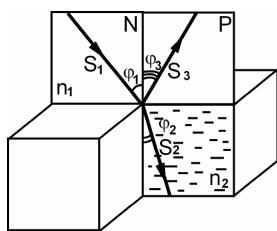


Рис. 9.1

Люди заметили это давно, но сам закон преломления света был открыт только в 1621 году голландским ученым Ван Снеллом (латинская транскрипция – Снеллиус). Впрочем, Снелл не опубликовал свое открытие, и закон преломления был повторно открыт в 1637 году

знаменитым французским естествоиспытателем – Рене Декартом. Математическая формулировка закона Снелла такова:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2 \quad (9.1)$$

Здесь n_1 и n_2 – постоянные коэффициенты, характеризующие оптические свойства среды и не зависящие от угла падения. Называют эти коэффициенты показателями преломления среды.

Для разных сортов стекла n изменяется в пределах от 1,4 до 1,8, но наиболее типичное значение составляет приблизительно 1,5.

Поменяем в формуле (9.1) местами левую и правую части. Новая запись будет означать, что мы рассматриваем свет, распространяющийся из второй среды в первую. При этом оказывается, что ход оптических лучей обратим! Другими словами, если преломленный луч отразится строго в обратном направлении, то он пойдет тем же путем, что и луч падающий.

Задача 6. Незнайка с Гунькой решают следующую научную проблему: по известному углу падения φ_1 луча света требуется построить с помощью циркуля и линейки ход преломленного луча в среде с показателем преломления $n = 1,5$. Незнайка заявил, что для решения поставленной задачи ему необходимы калькулятор (чтобы делать вычисления) и транспортир (чтобы построить угол преломления).

Гунька сопел носом и никак не реагировал на Незнайкины возгласы. Прошло пять минут, и Гунька радостно воскликнул:

- Все! Сделал!
- Ну-ка, покажи, – угрюмо попросил Незнайка.

Гунька подвинул тетрадь и возбужденно начал объяснять (см. рис. 9.2).

– Прямая a – граница раздела двух сред. Сверху воздух, внизу – стекло. Возьмем на границе раздела двух сред точку O и из нее циркулем построим сверху полуокружность радиуса r_1 . Затем увеличим расстояние между ножками циркуля в n раз (здесь n

численно равно показателю преломления стекла) и снизу построим

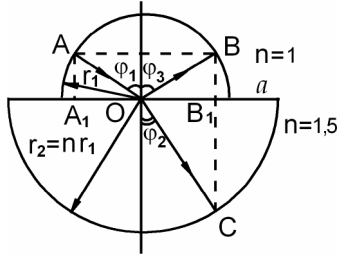


Рис. 9.2

вторую полуокружность радиуса $r_2 = r_1 n$. Теперь с помощью транспортира построим луч, падающий в точку O под углом φ_1 . Гунька на несколько секунд задумался и залпом выпалил:

– Теперь построим отраженный луч и из точки B , лежащей на пересечении полуокружности и отраженного луча, опустим на границу раздела сред перпендикуляр. Продолжим этот перпендикуляр до пересечения с нижней полуокружностью. Пусть это будет точка C . Проведем из точки O через точку C луч. Он и будет тем самым лучом, который требовалось построить в задаче!

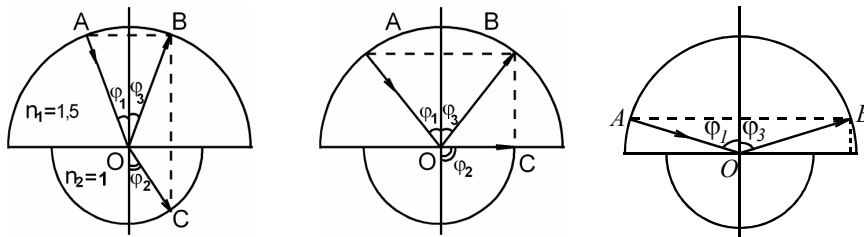
– Не может быть! – Только и смог произнести Незнайка.

Докажите, что Гунька прав.

Решение. Опустим из точки A перпендикуляр AA_1 на прямую a . A_1O – проекция падающего луча AO . Ее длина равна $r_1 \sin \varphi_1$. OB_1 – проекция преломленного луча OC . Ее длина равна $r_1 \sin \varphi_2$. С другой стороны, OB_1 является проекцией отраженного луча OB . Поскольку угол падения φ_1 равен углу отражения φ_3 , то треугольники OAA_1 и OBB_1 равны, следовательно, равны и отрезки A_1O и OB_1 . Теперь, учитывая, что по построению $r_2 = nr_1$, мы можем записать: $A_1O = OB_1$ или $r_1 \sin \varphi_1 = nr_1 \sin \varphi_2$. После сокращения на общий множитель r_1 получаем выражение, в точности совпадающее с законом Снелла, что и доказывает правоту Гуньки.

§ 10. Явление полного отражения

Давайте поиграем с формулой (9.1). Пусть $n_1 = 1,5$, а $n_2 = 1$. Выполним построения, подобные тем, которые делал Гунька при решении задачи б (см. рис. 10.1). В соответствии с новыми условиями



полуокружность большего радиуса окажется сверху. Вначале пустим падающий луч AO под небольшим углом φ_1 и построим преломленный луч. Пока ничего особенного не произошло. Разве только то, что преломленный луч стал несколько сильнее, чем падающий, «прижиматься» к границе раздела выбранных нами сред. Продолжим увеличивать угол падения... Стоп! Стоп! Преломленный луч OC заскользит по границе раздела, а если попытаться еще увеличить угол падения, то преломленный луч вообще окажется невозможно построить. Так оно и есть. Для луча, падающего из среды оптически более плотной в оптически менее плотную ($n_1 > n_2$), существует угол, называемый углом полного внутреннего отражения, при котором в оптически менее плотную среду излучение не проникает. Не проникнет оно через границу раздела и при любом

другом угле, большем угла полного внутреннего отражения. Найти угол полного отражения можно из формулы (9.1), положив $\varphi_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin \varphi_2 = 1 \Rightarrow$

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2. \quad (10.1)$$

Здесь уместно обратить ваше внимание на одну деталь: по мере того, как преломленные лучи все сильнее отклоняются к границе раздела двух сред, их интенсивность становится все меньше и меньше. Зато растет интенсивность отраженного излучения. И когда угол падения станет равным углу полного отражения, вся световая энергия падающих лучей перейдет в энергию лучей отраженных.

Задача 7. Показатель преломления алмаза равен 2,42. Найдите для него угол полного отражения.

Решение. Из формулы (10.1) следует: $\sin \varphi_{10} = \frac{1}{2,42} = 0,413$. Отсюда

легко найти значение самого угла $\varphi_{10} \approx 24,5^\circ$.

§ 11. Кажущаяся глубина водоема

Наверно, вы не раз разглядывали в аквариуме или мелкой заводи рыбок, яркие камешки на дне. При этом, скорее всего, вы обращали внимание на то, что толщина водного слоя кажется меньше, чем есть на самом деле. Почему это происходит?

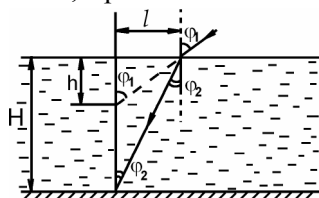


Рис. 11.1

к виду:

$$\varphi_1 = n \varphi_2. \quad (11.1)$$

Если угол падения φ_1 мал (параксиальное приближение), то (11.1) можно преобразовать

$$\left. \begin{aligned} \frac{l}{h} = \operatorname{tg} \varphi_1 \approx \varphi_1 \\ \frac{l}{H} = \operatorname{tg} \varphi_2 \approx \varphi_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{H}{h} \cdot h = \frac{H}{n}.$$

Из (11.3) видно, что глубина водоема кажется меньше истинной приблизительно в n раз.

Внимание! Формула (11.3) получена в параксиальном приближении. Если предметы, лежащие на дне водоема, рассматривать под большим углом φ_1 , то водоем кажется еще меньше.

§ 12. Преломление света на тонком клине

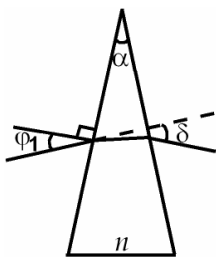


Рис. 12.1

будем решать параксиальном приближении. Для наглядности угол α изображим сильно увеличенным (см. рис. 12.2).

Прежде чем изучать тонкие линзы, давайте решим задачу об отклонении узкого пучка света от первоначального направления при прохождении через тонкий клин (см. рис. 12.1). Пусть n – показатель преломления материала клина, α – угол при вершине клина ($\alpha \ll 1$), φ_1 – угол падения света на первую грань клина. Найдем угол δ отклонения луча от исходного направления. Задачу

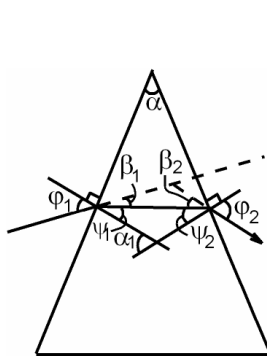


Рис. 12.2

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= n \psi_1, \\ \varphi_2 &= n \psi_2 \end{aligned} \right\} \text{ Приближенный закон Снелла.}$$

$$\beta_1 = \varphi_1 - \psi_1 = (n-1)\psi_1,$$

$$\beta_2 = \varphi_2 - \psi_2 = (n-1)\psi_2.$$

По теореме о внешнем угле треугольника $\delta = \beta_1 + \beta_2 = (n-1)(\psi_1 + \psi_2)$. По той же теореме $\alpha_1 = \psi_1 + \psi_2$, а углы α и α_1 равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. В итоге мы получим

$$\delta = \beta_1 + \beta_2 = (n-1)(\psi_1 + \psi_2) = (n-1)\alpha_1 = (n-1)\alpha.$$

Любопытный результат. В параксиальном приближении угол отклонения не зависит от угла падения и остается постоянной величиной.

§ 13. Тонкая линза

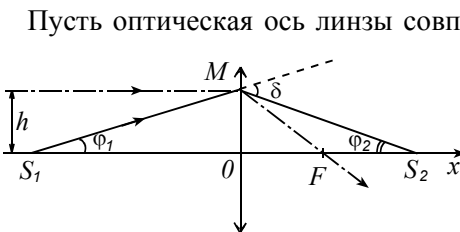


Рис. 13.1

Пусть оптическая ось линзы совпадает с осью X . Пусть далее S_1 – точечный источник света, а S_2 – его изображение. Из рисунка 13.1 видно, что δ – угол отклонения. Он является внешним для треугольника S_1MS_2 . По теореме о внешнем угле треугольника

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (13.1)$$

$$\text{Как и в случае со сферическим зеркалом } \varphi_1 \approx \frac{h}{a}, \quad \varphi_2 \approx \frac{h}{b}.$$

Если луч от бесконечно удаленного источника будет распространяться параллельно оптической оси и пройдет через точку M , то преломившись в линзе, он отклонится на угол

$$\delta \approx \frac{h}{F}, \quad (13.2)$$

где F – фокусное расстояние линзы, а h – расстояние от оптической оси до точки M . В этом случае можно записать

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \quad (13.3)$$

Это формула тонкой линзы. Сравните ее с формулой (8.9).

§ 14. Построение изображений, даваемых тонкой линзой

Предположим, что у нас есть тонкая собирающая линза. Поместим слева от нее на расстоянии, большем фокусного, вертикальную стрелку AB .

Пусть первый луч из B на линзу параллельно главной оптической оси. Преломившись в линзе, луч пойдет из B через задний фокус вправо и вниз. Второй луч пусть через передний фокус. Преломившись в линзе, он пойдет вправо параллельно главной оптической оси. Существует точка B_1 , в которой оба луча пересекаются. Точка B_1 есть изображение точки B . Любой другой луч, вышедший из точки B и прошедший сквозь линзу, должен пройти через точку B_1 . Аналогичным образом построим изображение точки A .

Итак, имея линзу и предмет AB , мы построили его изображение. Из рис. 14.1 видно, что изображение A_1B_1 , как и предмет AB , перпендикулярно главной оптической оси.

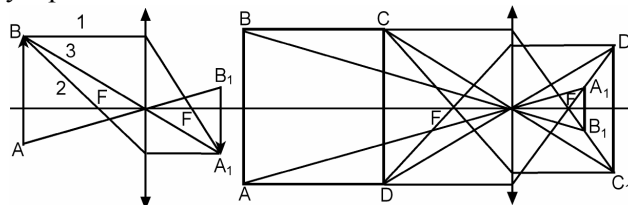


Рис. 14.1

Рис. 14.2

Отметим два достаточно общих свойства линзы:

- **прямую линию линза изображает также прямой;**
- **если в пространстве предметов прямая перпендикулярна главной оптической оси, то и ее изображение останется перпендикулярным этой оси.** Вообще же, углы в пространстве предметов и пространстве изображений различны. Это видно из следующего рис. 14.2.

Квадрат $ABCD$ линзы «превратила» в трапецию $A_1B_1C_1D_1$.

Если справа и слева от линзы находится одна и та же среда, то для построения изображения точки часто оказывается удобным использовать еще один «замечательный» луч – тот, который идет через центр линзы. На рис. 14.1 он помечен как луч 3. Этот луч, проходя через линзу, не меняет своего направления и так же, как и первые два луча, проходит через точку B_1 . Иногда такие лучи, проходящие через центр линзы, за их «несгибаемость» называют *побочной оптической осью*.

Контрольные вопросы

1. Для заданного угла α ($\alpha \ll 1$) расставьте в порядке возрастания величин: α , $\operatorname{tg} \alpha$, $\sin \alpha$.
2. Дайте определение действительного и мнимого изображения предмета.
3. Подумайте и дайте определение мнимого источника.
4. Дайте определение угла отклонения.
5. Можно ли получить увеличенное изображение предмета без помощи линз?
6. В 2000 году удалось создать композитные материалы с отрицательным показателем преломления. Пусть из воздуха на плоскую границу такой среды падает под углом α луч света. Изобразите на рисунке, как пойдет в среде преломленный луч.
7. Какие зеркала устанавливаются на автомобилях для обзора дорожной ситуации позади машины, выпуклые или вогнутые? Ответ обоснуйте.
8. Восстановите положение линзы и найдите ее фокусы, если известно только положение точечного источника S , его изображение S_1 и проведена главная оптическая ось линзы OO' (рис.1).

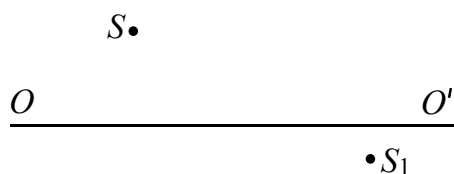


Рис. 1

9. Решите предыдущую задачу для данных, приведенных на рис. 2.



Рис. 2
Задачи

1. Высота классной комнаты $H = 3$ м. На расстоянии $l = 0,6$ м от потолка висит лампочка S . На столе, высота которого $h = 0,8$ м, лежит плоское зеркало. На каком расстоянии от уровня пола находится изображение лампочки, видимое в зеркале?

2. На бипризму с углами при основании равными

$$\alpha_1 = 0,01 \text{ рад}, \alpha_2 = 0,02 \text{ рад}$$

и изготовленную из стекла с показателем преломления $n = 1,5$ (рис.3), падает пучок параллельных лучей. Под каким углом β пересекутся эти лучи за бипризмой?

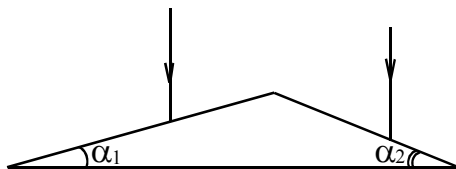


Рис. 3

3. На толстую стеклянную плоскопараллельную пластинку, изготовленную из стекла с показателем преломления $n = 1,6$, падает луч света. Отраженный и преломленный лучи образуют прямой угол. Найдите угол падения φ света на пластинку.

4. Тонкий клин с углом $\alpha = 0,02$ рад при вершине изготовили из стекла с показателем преломления $n_k = 1,5$ и опустили в бассейн с водой (показатель преломления воды $n_w = 4/3$). Найдите угол отклонения луча, распространяющегося в воде и проходящего сквозь клин.

5. Между двумя плоскими зеркалами M_1 и M_2 , расположенными параллельно друг другу на расстоянии $L = 10$ см, находится точечный источник S . Расстояние от источника до зеркала M_1 равно 3 см. Найдите расстояние между изображениями S_{12} и S_{21} (нумерация изображений производится также как и в параграфе 5 данного пособия).

6. Луч света падает на рассеивающую линзу под углом $\alpha = 0,05$ рад к главной оптической оси и, преломившись в ней на расстоянии 2 см от оптического центра линзы, выходит под тем же углом относительно главной оси линзы. Найдите фокусное расстояние F линзы.

7. Постройте изображение предмета AB в тонкой собирающей линзе (рис. 4).

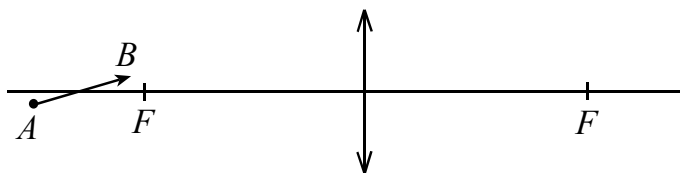


Рис. 4

8. На расстоянии L от плоскопараллельной пластинки толщиной H и показателем преломления n находится точечный источник света S . Наблюдатель разглядывает этот источник сквозь пластинку. В какую сторону и на сколько смещается изображение источника?

9. Ньютон получил формулу, аналогичную формуле тонкой линзы (13.3), используя фокусное расстояние F , расстояние x от точечного источника до переднего фокуса линзы и расстояние x_1 от заднего фокуса линзы до изображения источника (рис.5). Получите эту формулу для тонкой собирающей линзы.

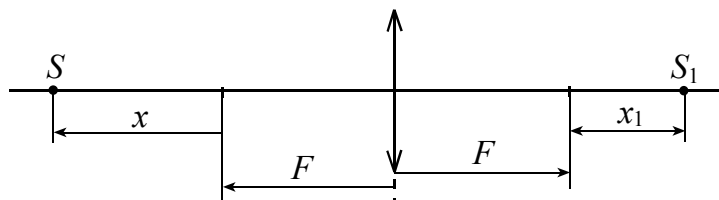


Рис. 5

9. Японский физик Нараяна получил формулу, аналогичную формуле тонкой линзы (13.3), используя фокусное расстояние F , расстояние L от источника до точки A , отстоящей на двойном фокусном расстоянии слева от линзы и расстояние L_1 от точки B , отстоящей на двойном фокусном расстоянии справа от линзы до изображения источника. Получите эту формулу для тонкой собирающей линзы (рис.6).

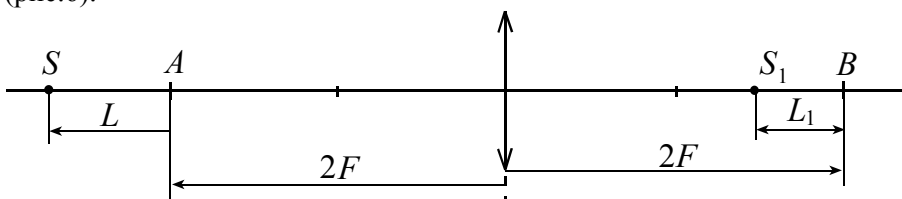


Рис. 6