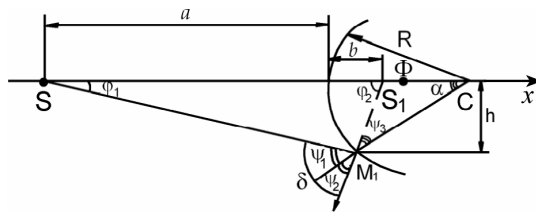


### § 8. Сферические зеркала

Трудно встретить человека, который бы не видел сферических зеркал. В самом деле, кто из нас не любовался сверкающими разноцветными



шарами на новогодней елке, кто не потешался над своим изображением, искаженным сферической поверхностью.

Наверное, вы обращали внимание на то, что чем дальше предмет от

Рис. 8.1

зеркала, тем правильнее его пропорции. Законами построения таких «правильных» изображений мы и займемся (см. рис. 8.1).

Проведем через центр  $C$  сферы оптическую ось  $X$ . Разместим на ней точечный источник света  $S$ . Пусть  $SM_1$  – произвольный луч от источника до зеркала,  $\psi_1$  – угол падения,  $\psi_2$  – угол отражения. Если продолжить отраженный луч за зеркало (внутри шара), то на его пересечении с осью  $X$  (одновременно это и второй луч) будет лежать изображение  $S_1$  источника  $S$ . Попытаемся найти аналитическую связь между углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Для треугольника  $SM_1S_1$  угол  $\delta$  – внешний, а по теореме о внешнем угле треугольника

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (8.1)$$

Для треугольника  $M_1S_1C$  угол  $\varphi_2$  – внешний. По теореме о внешнем угле треугольника

$$\varphi_2 = \alpha + \psi_3. \quad (8.2)$$

Так как  $\psi_1 = \psi_2$  (по закону отражения), то  $\delta = 2\psi_2$ . Углы  $\psi_2$  и  $\psi_3$  равны как вертикальные, следовательно

$$\delta = 2\psi_3. \quad (8.3)$$

Подстановка (8.3) в (8.2) дает:  $\varphi_2 = \alpha + \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2(\varphi_2 - \alpha)$ .

Подставим последнее выражение в (8.1):

$$2(\varphi_2 - \alpha) = \varphi_1 + \varphi_2 \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = 2\alpha. \quad (8.4)$$

Смотрите! Если зафиксировать точку  $M_1$  на зеркале, то угол  $\alpha$  тоже окажется фиксированным. Если теперь смещать источник  $S$  вдоль оси  $x$ , то углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  будут изменяться, но их разность окажется неизменной. В пределе, при удалении  $S$  влево на бесконечно большое расстояние угол  $\varphi_1$  обратится в ноль, а  $\varphi_2 = 2\alpha$ .

Для наглядности мы сильно исказили рисунок 8.1. В приближении параксиальной оптики расстояние  $h$  от точки  $M_1$  до оси  $X$  мало, т.е.  $h \ll R$ , где  $R$  – радиус сферического зеркала, следовательно, можно записать приближенные равенства

$$\varphi_1 \approx \frac{h}{a}, \quad \varphi_2 \approx \frac{h}{b}, \quad \alpha \approx \frac{h}{R}.$$

Их подстановка в (8.4) даст:

$$\frac{h}{b} - \frac{h}{a} = 2 \frac{h}{R},$$

или после сокращения на  $h$

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{2}{R}. \quad (8.5)$$

В силу произвольности выбора точки  $M_1$  легко сделать вывод, что пучок параллельных лучей, распространяющихся вдоль оптической оси, соберется в точке  $\Phi$ , отстоящей от центра сферы на расстояние  $\frac{R}{2}$ , и называемой *фокусом* сферического зеркала. Обозначим это расстояние символом  $F$ . Итак,

$$F = \frac{R}{2}, \quad (8.6)$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \quad (8.7)$$

Плоскость, перпендикулярная главной оптической оси  $X$  и отстоящая от поверхности сферического зеркала (и центра сферы) на расстояние  $R/2$ , называется *фокальной плоскостью*.

Используя приближения параксиальной оптики, мы получили удобные формулы для построения изображений точечных источников в выпуклых сферических зеркалах.

Несложно обобщить результаты на случай вогнутых сферических зеркал (см. рис. 8.3).

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\alpha, \quad (8.8)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \quad (8.9)$$

Замечательно то, что подобного рода формулы получаются и для линз.