

Контрольные вопросы

1(1). Укажите, какие из ниже перечисленных чисел являются рациональными, а какие иррациональными:

$$0,3(1); \frac{2}{19}; \sqrt{13}; \sqrt{50}; 1,03.$$

2(2). Докажите, что число $\sqrt{11}$ является иррациональным числом.

3(1). При каких x имеет смысл выражение:

$$\text{а) } \frac{3x+1}{\sqrt{x+1}}; \quad \text{б) } \frac{2x+3}{x\sqrt{x+3}}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{x-5}}{3+\sqrt{-10-x}}.$$

4(2). Решите уравнения:

$$\text{а) } \sqrt{x}-2=0, \quad \text{б) } \sqrt{x}+10=0, \quad \text{в) } \sqrt{2x-1}=3.$$

5(1). Сравните числа $a = \frac{1}{5}\sqrt{129}$ и $b = \frac{1}{7}\sqrt{253}$.

6(1). Между какими соседними натуральными числами расположено число $a = \frac{7}{9}\sqrt{31}$?

7(1). Докажите, что $(\sqrt{3}-\sqrt{7})^2 = 10-2\sqrt{21}$. Следует ли из этого, что $\sqrt{3}-\sqrt{7} = \sqrt{10-2\sqrt{21}}$?

8(1). Докажите, что выражение $\frac{9}{5-\sqrt{7}} + \frac{22}{7+\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ равно натуральному числу.

9(3). Упростите:

$$\text{а) } \sqrt{63} - 3\sqrt{1,75} - 0,5\sqrt{343} + \sqrt{112};$$

$$\text{б) } (\sqrt{5}-2)^2(9+4\sqrt{5}) - 2\sqrt{5\frac{4}{9}};$$

$$\text{в) } \frac{1-\sqrt{10}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} + \frac{7}{2\sqrt{2}+1} - (11-5\sqrt{5})(2+\sqrt{5});$$

$$\text{г) } (2\sqrt{2}+3)\sqrt{17-12\sqrt{2}}.$$

10(2). Сократите дроби:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}; \quad \text{б) } \frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}-2}; \quad \text{в) } \frac{4a-4\sqrt{3}}{3-a^2}.$$

11(2). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-3} + 3\sqrt{y+2} = 18, \\ 4\sqrt{x-3} - \sqrt{y+2} = 8. \end{cases}$$

12(2). Построить графики функций:

$$\text{а) } y = \sqrt{(x-1)^2} + 2; \quad \text{б) } y = x + \frac{2\sqrt{x^2}}{x}.$$

Задачи

1(1). Расположите числа в порядке возрастания:

$$9\sqrt{3} - 3\sqrt{27}; 5\sqrt{3}; 2\sqrt{19}; \sqrt{31} + \sqrt{30}; \sqrt{7} - 4.$$

2(2). Докажите, что число $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ является иррациональным числом.

3(1). а) Приведите пример двух иррациональных чисел, сумма которых число рациональное.

б) Приведите пример двух иррациональных чисел, произведение которых число рациональное.

4(1). Сравните числа:

$$a = \sqrt{17} - \sqrt{15} \quad \text{и} \quad b = \sqrt{7} - \sqrt{5}.$$

5(1). При каких x определено выражение $\sqrt{x+7} + \frac{1}{\sqrt{7-x}} \cdot \frac{13}{x}$?

6(2). Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{32a^3b^{10}}$ при $b \leq 0$; б) $\sqrt{-8c^7b^3}$ при $c < 0; b > 0$;

в) $-\sqrt{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^3(3 - \sqrt{11})^5}$; г) $\sqrt{\frac{-1}{(b-a)^3}}$.

7(2). Внесите множитель под знак корня:

а) $(3-a)\sqrt{\frac{1}{a-3}}$; б) $(\sqrt{11} - \sqrt{13})\sqrt{2}$; в) $x^3y^5\sqrt{-5xy}$.

8(2). Решите уравнение:

а) $\frac{3\sqrt{x-3}-4}{1+\sqrt{x-3}} = 2$; б) $\sqrt{7x+11} = 5$; в) $(7-2\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) = 3-2x$.

г) $\sqrt{4x^2-12x+9} = \sqrt{9x^2-30x+25}$.

9(2). Упростите:

а) $\sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}-1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}+1}$.

10(1). Докажите, что число $2 - \sqrt{3}$ является корнем уравнения

$$x^3 - 5x^2 + 5x - 1 = 0.$$

11(3). Упростите выражения:

а) $\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}}{a-b}$;

б) $\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \left(\sqrt{\frac{a}{4}} - \frac{1}{\sqrt{4a}} \right)$.

12(2). Докажите тождество:

$$\frac{\sqrt{z}-2}{4z-16\sqrt{z}+16} : \left(\frac{\sqrt{z}}{2\sqrt{z}-4} - \frac{z-12}{2z-8} - \frac{2}{z+2\sqrt{z}} \right) = \frac{\sqrt{z}}{4(\sqrt{z}+2)}.$$

13(6). Постройте графики функций:

а) $y = -\sqrt{x}$; б) $y = \sqrt{x-1} - 2$; в) $y = 2 - \sqrt{x+3}$;

г) $y = \sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{(x+1)^2}$; д) $y = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{(x-1)x}$;

$$\text{е) } y = \begin{cases} 2 - \sqrt{-x}, & \text{если } x \leq -1; \\ x^2, & \text{если } -1 < x < 2; \\ \frac{8}{x}, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$