Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральная заочная физико-техническая школа
при Московском физико-техническом институте
(государственном университете)

ФИЗИКА

Работа. Энергия

Задание №5 для 9-х классов

(2010 – 2011 учебный год)

г. Долгопрудный, 2010

Составитель: А.Ю. Чугунов, магистр естественных наук.

Физика: задание №5 для 9-х классов (2010 – 2011 учебный год). – М.: МФТИ, 2010, 24с.

Дата отправления заданий по физике и математике – 01 марта 2011г.

Учащийся должен стараться выполнять **все** задачи и контрольные вопросы в заданиях. Некоторая часть теоретического материала, а также часть задач и контрольных вопросов являются сложными и потребуют от учащегося больше усилий при изучении и решении. В целях повышения эффективности работы с материалом они обозначены символом «*» (звездочка). Мы рекомендуем приступать к этим задачам и контрольным вопросам в последнюю очередь, разобравшись вначале с более простыми.

Составитель:
Чугунов Алексей Юрьевич
Подписано 16.12.10. Формат 60x90 1/16.
Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,5.
Уч.-изд. л. 1,33. Тираж 1400. Заказ №5-з.

Федеральная заочная физико-техническая школа
при Московском физико-техническом институте
(государственном университете)

ООО «Печатный салон ШАНС»

141700, Москововская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9,
ФЗФТШ при МФТИ, тел/факс (495) 408-5145 – **заочное отделение**
тел./факс (498) 744-6351 – **очно-заочное отделение**
тел. (498) 744-6583 – **очное отделение**

e-mail: zftsh@mail.mipt.ru

Наш сайт: www.school.mipt.ru

Введение

В предлагаемом задании основное внимание будет уделено энергетическому подходу к изучению механического *движения материальной точки.* Опираясь на уже известные Вам понятия силы, пройденного пути и перемещения, мы введём новые важные физические величины, такие как *механическая работа, мощность, энергия.*

Для успешного изучения материала настоящего задания советуем повторить понятия скалярного произведения векторов и проекции вектора на заданное направление, изложенные в задании №1 «Векторы в физике».

§ 1. Работа силы. Мощность силы

1. *Работа постоянной силы на прямолинейном участке траектории.*

Рассмотрим тело (материальную точку), на которое действует постоянная сила $\vec{F}$. Допустим, что по тем или иным причинам тело пришло в состояние движения и за некоторое время Δt совершило перемещение $\vec{S}$ вдоль прямой из своего первоначального положения (рис. 1).

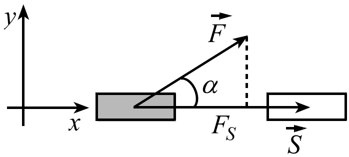

Рис. 1

Работой *постоянной силы $\vec{F}$ при прямолинейном движении тела называется скалярное произведение вектора этой силы на вектор перемещения тела $\vec{S}$.*

Обозначив работу через A, можно записать

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S}. \qquad (1)$$

Согласно определению скалярного произведения векторов, данному в задании №1, величина $\vec{F} \cdot \vec{S}$ равна $F \cdot S \cdot \cos\alpha$, где α – угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{S}$. Поэтому

$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha. \qquad (2)$$

Полученную формулу (2) можно переписать по-другому, воспользовавшись понятием проекции вектора на заданное направление. В самом деле, в предложенных обозначениях величина $F \cdot \cos\alpha$ есть не что иное, как проекция F_S вектора $\vec{F}$ на направление вектора $\vec{S}$ и, следовательно, работа A равна:

$$A = F_S \cdot S. \qquad (3)$$

В свою очередь, можно рассматривать произведение $S \cdot \cos\alpha$, как проекцию S_F вектора перемещения $\vec{S}$ на направление вектора силы $\vec{F}$, и тогда для работы получаем выражение:

$$A = S_F \cdot F. \qquad (4)$$

Формулы (3) и (4) представляют собой лишь различные варианты записи основной формулы (2) и с этой точки зрения совершенно равноправны. Вопрос о том, какой из формул предпочтительнее пользоваться при решении той или иной задачи, должен решаться в каждом конкретном случае из соображений удобства и наглядности.

По определению работы она, в отличие от силы $\vec{F}$ и перемещения $\vec{S}$, является не векторной, а скалярной величиной, и понятие направления, следовательно, к работе неприменимо.

В системе единиц СИ единицей работы служит *джоуль* (Дж):

$$1\,\text{Дж} = 1\,\text{Н} \cdot 1\,\text{м}.$$

В реальных ситуациях к телу приложено, как правило, несколько сил, и часто бывает необходимо знать общую работу, совершаемую этими силами над телом. В таких случаях вместо того, чтобы рассматривать по отдельности действие каждой из сил, можно найти их равнодействующую и свести, таким образом, задачу к рассмотренному выше случаю действия одной силы. Поясним это на простом примере.

Пусть на тело действуют две постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, направленные под углом друг к другу (рис. 2), и требуется определить общую работу, которую они совершают. Если кроме указанных двух сил никакие другие силы на тело не действуют и до начала эксперимента тело находилось в покое в некоторой инерциальной системе отсчёта, то движение будет происходить по прямой в направлении равнодействующей $\vec{F}$ и работа, совершаемая равнодействующей силой $\vec{F}$ на некотором перемещении $\vec{S}$, будет равна $A = F \cdot S$, где $F = F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2$ (последнее ясно из рассмотрения двух заштрихованных треугольников на рис. 2). Поэтому

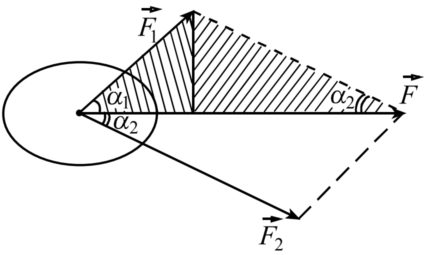

Рис. 2

$$A = \left(F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2\right) S = F_1 S \cos\alpha_1 + F_2 S \cos\alpha_2.$$

Замечая, что произведение $F_1 S \cos\alpha_1$ есть, по определению, работа A_1 силы $\vec{F}_1$ на перемещении $\vec{S}$, а величина $F_2 S \cos\alpha_2$ равна работе A_2 силы $\vec{F}_2$ на том же перемещении, можно записать $A = A_1 + A_2$.

Как видим, в данном случае общая работа равна алгебраической сумме работ отдельных сил (хотя сами силы складываются не алгебраически, а геометрически). Полученный результат можно обобщить на случай любого числа сил, а именно,

если на тело действует n сил, то их общая работа A на некотором перемещении $\vec{S}$ равна алгебраической сумме работ каждой из сил в отдельности на том же перемещении:

$$A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n, \tag{5}$$

где $A_i = \vec{F}_i \cdot \vec{S}$ для всех $i = 1, 2, 3, \ldots, n.$

Из сказанного следует, что общую работу нескольких сил можно находить двумя способами:

1) сложить все силы геометрически, т. е. найти их равнодейсвующую $\vec{F}$, а затем вычислить общую работу A, по формуле $A = F \cdot S \cdot \cos\alpha$, где α – угол между направлением равнодействующей $\vec{F}$ и направлением перемещения $\vec{S}$;

2) не находя равнодействующей всех сил, вычислить работу каждой из них и затем сложить полученные результаты алгебраически.

В обоих случаях результат будет одним и тем же, и только по соображениям удобства и рациональности при решении конкретной задачи можно отдать предпочтение какому-либо из способов.

Заметим ещё, что второй способ является более общим, так как в случаях, когда тело нельзя считать материальной точкой, силы, приложенные к нему, могут не иметь равнодействующей, о чём говорилось в Задании №4, посвящённом вопросам статики (например, пара сил). Здесь уже нельзя сказать, что общая работа сил есть работа их равнодействующей, но можно и в этом случае назвать общей работой алгебраическую сумму работ каждой из сил.

В зависимости от значения угла α в формуле (2) работа различных сил может быть положительной, отрицательной или равной нулю. Действительно, рассмотрим в качестве примера груз, который тянут за верёвку волоком по земле (рис. 3). На груз действуют следующие силы: сила натяжения верёвки $\vec{F}$, сила трения между грузом и землёй $\vec{F}_{\text{тр}}$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ со стороны земли. Если груз перемещается в направлении, показанном на рисунке, то сила натяжения верёвки совершает положительную работу, т. к. её проекция F_S на направление перемещения положительна $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}, \cos\alpha > 0\right)$. Сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ направлена противоположно перемещению $(\alpha = \pi, \cos\alpha = -1)$ и, следовательно, совершает отрицательную работу. Сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ и сила тяжести $m\vec{g}$ направлены перпендикулярно перемещению $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$, и работа каждой из них поэтому равна нулю $(\cos\alpha = 0)$.

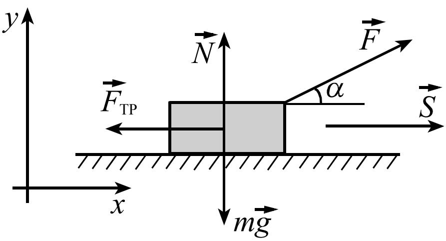

Рис. 3

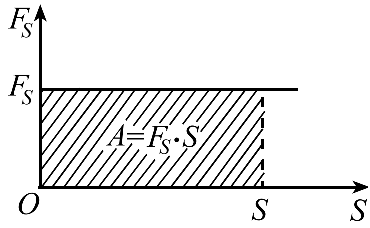

Рис. 4

Для работы можно дать наглядное графическое представление. Если отложить по оси абсцисс модуль перемещения S, совершаемого телом вдоль прямой, а по оси ординат – значение проекции F_S, то в случае, когда $\vec{F}$ постоянна, график F_S будет иметь вид прямой, параллельной оси абсцисс (рис. 4). Если тело, на которое действует сила $\vec{F}$, совершает перемещение $\vec{S}$, то работа силы $\vec{F}$, определяемая произведением $F_S \cdot S$, будет численно равна площади прямоугольника со сторонами S и F_S.

Пример 1. Тело массы m было поднято на некоторую высоту над поверхностью Земли и отпущено без начальной скорости. Определить работу, которую совершит сила тяжести в процессе свободного падения тела на некотором участке траектории длиной l.

Решение. Так как тело движется прямолинейно, то пройденный им путь l равен модулю вектора перемещения S. В процессе падения на тело действует постоянная сила $\vec{F} = m\vec{g}$, направление которой совпадает с направлением вектора перемещения. Тогда $F_S = mg$ и искомая работа (рис. 4) равна $A = mg \cdot S = mg \cdot l$.

Пройдя путь l, тело опустится с некоторой высоты h_1 на высоту $h_2 = h_1 - l$. Тогда работу силы тяжести можно выразить через h_1 и h_2:

$$A = mg \cdot (h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2.$$

2. *Работа переменной силы на криволинейном участке траектории.*

На практике чаще встречаются ситуации, когда движение тела не прямолинейное, а действующая на тело сила $\vec{F}$ меняется как по модулю, так и по направлению.

Работой переменной силы на криволинейном участке траектории называется алгебраическая сумма элементарных работ, определяемых следующим образом. Разобьём траекторию тела на достаточно малые участки (не обязательно одинаковой длины), на которых силу можно с хорошей степенью точности считать постоянной, а сами участки прямолинейными (рис. 5). На каждом из таких участков тело совершит малое перемещение $\Delta\vec{S}$ и *элементарная работа* ΔA *силы* $\vec{F}$ на этом перемещении будет равна

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{S} = F \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha. \qquad (6)$$

Теперь для того, чтобы найти работу силы $\vec{F}$ на всей траектории движения тела, надо просуммировать все ΔA, полученные для каждого участка $\Delta\vec{S}$, т. е. $A = \sum \Delta A$. В рамках обычной школьной программы подсчитать такую сумму довольно сложно. Покажем, как найти работу переменной силы в случае прямолинейного движения. Примером может служить прямолинейное движение санок (рис. 6), когда их тянут за верёвку, меняя как угол наклона верёвки, так и модуль прикладываемой силы $\vec{F}$, работу которой и требуется определить. Это опять-таки удобно сделать с помощью графического метода.

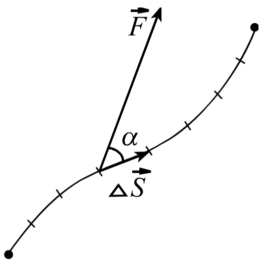

Рис. 5

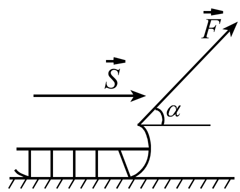

Рис. 6

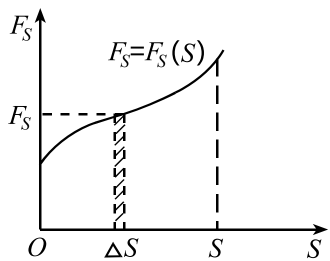

Рис. 7

Построим график зависимости F_S (проекции силы $\vec{F}$ на направление вектора перемещения $\vec{S}$) от расстояния S, пройденного санками (рис. 7). Разобьём S на интервалы ΔS столь малые, что в пределах каждого из них величину F_S можно считать постоянной. Тогда на всяком ΔS работа численно равна площади прямоугольника со сторонами F_S и ΔS, и полная работа на пути S будет численно равна сумме площадей всех прямоугольников или, что то же, площади под кривой $F_S = F_S(S)$.

Пример 2. Горизонтально расположенная пружина жёсткости k, прикреплённая одним концом к стене, а другим к грузу, лежащему на гладком горизонтальном столе, сжата на x см. Найти работу, которую совершит сила упругости по перемещению груза в процессе перехода пружины в недеформированное состояние.

Решение. Воспользуемся графическим методом подсчёта работы (рис. 8). В первоначальном положении, когда $S=0$ и пружина сжата на величину x, сила упругости, действующая на груз, равна $k \cdot x$. Если под действием пружины груз переместился на расстояние S, то деформация пружины уменьшилась на величину S и соответствующая сила упругости стала равна $F_S = k \cdot (x - S)$.

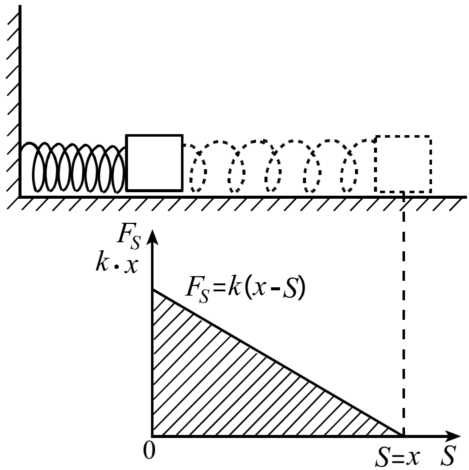

Рис. 8

Построив график зависимости в $F_S(S)$ соответствии с этим выражением, получим прямую, проходящую через точки с координатами $(0; kx)$ и $(x; 0)$. Искомая работа будет равна площади заштрихованного треугольника $\frac{1}{2} \cdot kx \cdot x$. Таким образом, работа силы упругости деформированной пружины квадратично зависит от величины деформации x и может быть записана в виде: $A_{\text{упр}} = \frac{k \cdot x^2}{2}$.

3. <u>*Мощность силы.*</u>

На практике часто бывает полезно знать, как быстро может быть совершена та или иная работа. Для характеристики скорости, с которой совершается работа, вводят величину, называемую *мощностью*. Если за промежуток времени Δt сила $\vec{F}$, приложенная к телу, совершает элементарную работу ΔA, определяемую формулой (6), то *средняя мощность,* развиваемая этой силой за данный промежуток времени, по определению есть

$$N_{\text{ср}} = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \qquad (7)$$

Или, учитывая (6) и воспользовавшись свойством скалярного произведения векторов, получим:

$$N_{\text{ср}} = \frac{\vec{F} \cdot \Delta\vec{S}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}.$$

Устремляя в этом равенстве величину Δt к нулю $(\Delta t \to 0)$, получим вместо $\Delta\vec{S} / \Delta t$ мгновенную скорость $\vec{v}$ тела. Тогда мощность N, развиваемая силой $\vec{F}$ в данный момент времени, – *мгновенная мощность,* – может быть определена по следующей формуле:

$$N = \vec{F} \cdot \vec{v}. \tag{8}$$

Таким образом, мгновенная мощность силы $\vec{F}$ равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости $\vec{v}$ движения тела, к которому приложена эта сила, причём характер зависимости силы $\vec{F}$ от времени может быть совершенно произвольным. Единицей измерения мощности в системе СИ служит *ватт* (Вт):

$$1\text{Вт} = 1\frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Пример 3. Мальчик тянет санки по снегу с постоянной силой $F = 5\,\text{Н}$, направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (рис. 6). При этом сани движутся по прямолинейному горизонтальному участку пути и за 1 минуту совершают перемещение $\Delta S = 30\,\text{м}$. Какова мощность силы, прикладываемой мальчиком?

Решение. По условию задачи нельзя судить об ускоренности или равномерности движения санок (т. к. ничего не сказано о величине силы сопротивления движению со стороны снега). Однако мы можем подсчитать работу ΔA силы ΔF на перемещении ΔS по формуле (2). Эта работа, согласно условию, будет совершена за время Δt, равное одной минуте. В задаче, таким образом, подразумевается средняя мощность, развиваемая силой F за промежуток времени Δt. Но тогда по формуле (7) получаем:

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha}{\Delta t} = \frac{50\text{Н} \cdot 30\,\text{м} \cdot \cos 30^\circ}{60\text{с}} \approx 21\,\text{Вт}.$$

Пример 4. Камень массы m бросили с поверхности Земли под углом β к горизонту с начальной скоростью $\vec{v}_0$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти мощность силы тяжести через t секунд после начала движения.

Решение. Скорость камня через t секунд после начала движения определяется по формуле $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t.$ Поскольку в задаче требуется определить мощность, развиваемую силой тяжести в конкретный момент времени (в то мгновение, когда после начала движения прошло t секунд), то речь идёт о мгновенной мощности, для которой применима формула (8). Тогда имеем:

$$N = m\vec{g}\cdot\vec{v} = m\vec{g}\left(\vec{v}_0 + \vec{g}t\right) =$$

$$= m\vec{g}\cdot\vec{v}_0 + m\vec{g}\cdot\vec{g}t.$$

Учитывая, что $\vec{g}\cdot\vec{g} = g^2$, получим

$$N = m\left(\vec{g}\cdot\vec{v}_0 + g^2 t\right).$$

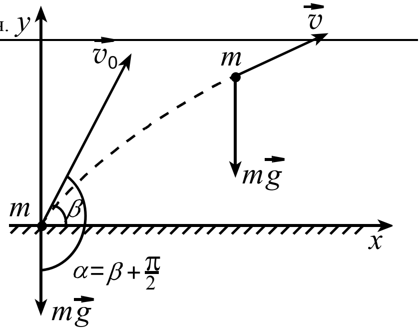

Рис. 9

В нашем случае (рис. 9) угол α между векторами $\vec{g}$ и $\vec{v}_0$ равен $\frac{\pi}{2}+\beta$, значит $\vec{g}\vec{v}_0 = gv_0\cos\alpha = gv_0\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right) = -gv_0\sin\beta$. Тогда $N = mg\left(gt - v_0\sin\beta\right)$.

Отсюда видно, что при $t < \frac{v_0\sin\beta}{g}$ мощность $N<0$, а при $t > \frac{v_0\sin\beta}{g}$, наоборот, $N>0$. Как и следовало ожидать, мощность силы тяжести отрицательна при подъёме камня и положительна при его падении.

Мощность, как и работа, определённым образом характеризует силу. По величине мощности можно судить о быстроте, с которой конкретная сила совершает работу. Именно поэтому мы говорим не просто о мощности, а о мощности силы. Развитие технического прогресса, однако, привело к созданию огромного числа машин и механизмов, действие которых также принято характеризовать мощностью. В этом случае мощность представляет собой величину работы, которую совершает или может совершить та или иная машина в единицу времени. Но, с другой стороны, в нашем рассмотрении работу совершают конкретные силы, а не отвлечённые машины и механизмы, и, следовательно, понятие мощности нужно употреблять с известной осторожностью. А именно, во избежание недопонимания следует прежде всего уяснить для себя, какие именно силы совершают работу в каждом конкретном случае и лишь затем говорить о мощности, развиваемой машиной (механизмом), подразумевая под этим мощность указанных сил.

Пример 5. Машина в течении получаса совершает над телом работу, равную 10^5 Дж. Чему равна средняя мощность, развиваемая этой машиной?

Решение. При такой постановке вопроса под мощностью машины подразумевается мощность всех сил, действующих на тело со стороны машины. Эти силы совершают указанную в условии работу в течение промежутка времени $\Delta t = 0,5\,\text{часа} = 30\,\text{мин} = 1,8\cdot 10^3\,\text{с}.$ Среднюю мощность, развиваемую машиной, определим по формуле (7). В нашем случае $\Delta A = 10^5\,\text{Дж},$ и поэтому

$$N_{\text{ср}} = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{10^5\,\text{Дж}}{1,8\cdot 10^3\,\text{с}} \approx 56\,\text{Вт}.$$

Часто при решении задач, связанных с работой машин и механизмов, приходится пользоваться «полезной мощностью», которая равна:

$$N = N' - \Delta N',$$

где N' – мощность, которую развивала бы машина при отсутствии трения в её деталях, $\Delta N'$ – часть мощности, израсходованная на преодоление сил трения в деталях машины во время её работы.

Отношение

$$\eta = \frac{N}{N'} \tag{9}$$

называют *коэффициентом полезного действия* (КПД) машины или механизма. КПД принято выражать в процентах (%), для чего следует умножить выражение (9) справа на 100%.

Пример 6. Электровоз движется со скоростью $54\,\text{км/ч}.$ При этом двигатель электровоза развивает мощность $600\,\text{кВт}.$ Определить силу тяги электровоза, если его КПД равен 75%.

Решение. По определению КПД равен: $\eta = \dfrac{N}{N'}.$ Полезная мощность равна (см. формулу (8)): $N = F\cdot v,$ где $F-$искомая сила тяги, $v-$скорость движения электровоза (их векторы сонаправлены). Часть мощности, равная $N' - N,$ теряется из-за трения в деталях конструкции электровоза. Следовательно, $\eta = Fv/N'.$ Отсюда, поскольку $N' = 600\,\text{кВт},$ найдём $F = \dfrac{\eta N'}{v} = \dfrac{0,75\cdot 6\cdot 10^5\,\text{Вт}}{15\,\text{м/с}} = 30\,\text{кН}.$

§2. Кинетическая энергия тела

Пусть на тело массы m действует постоянная сила $\vec{F}$ и тело движется прямолинейно с постоянным ускорением $\vec{a}$ вдоль линии действия силы в направлении оси x (рис. 10). Предположим, что в течение некоторого времени t тело прошло путь $S = x_2 - x_1,$ а его скорость возросла от величины v_1 до величины $v_2.$ В нашем случае пройденный телом путь равен модулю вектора перемещения, и, следовательно, сила $\vec{F}$ совершает при этом работу, равную $A = F\cdot S.$

Уравнение второго закона Ньютона, записанное в проекции на ось x, даёт $F = ma$, и полученное выражение принимает вид: $A = maS$.

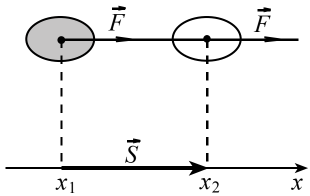

Рис. 10

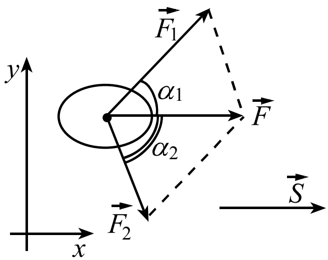

Рис. 11

Из кинематики известно, что при равноускоренном движении

$$S = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}.$$

Если теперь подставить данное значение S в выражение для работы, то после несложных алгебраических преобразований будем иметь

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (10)$$

Отсюда видно, что работа силы $\vec{F}$ равна приращению некоторой величины, равной половине произведения массы тела на квадрат его скорости*. Эту величину называют *кинетической энергией тела*. Обозначив её буквой K, можно, следовательно, записать $K = mv^2/2$, и тогда уравнение (10) преобразуется к виду

$$K_2 - K_1 = \Delta K = A. \qquad (11)$$

В общем случае сила $\vec{F}$ может представлять собой равнодействующую нескольких сил, например двух, как показано на рис. 11. Тогда в соответствии с формулой (5) в правой части уравнения (11) должна стоять суммарная работа всех сил, действующих на тело в процессе его движения. Скажем, применительно к рис. 11 следует записать

* Изменение какой-либо величины Z можно характеризовать либо её приращением, либо убылью. Приращением величины Z называют разность конечного (Z_2) и начального (Z_1) значений этой величины: $\Delta Z = Z_2 - Z_1$. Убылью величины Z называют разность её начального (Z_1) и конечного (Z_2) значений: $Z_1 - Z_2 = -\Delta Z$, т. е. убыль величины Z равна её приращению, взятому с обратным знаком.

$$\Delta K = A = A_1 + A_2, \qquad (12)$$

где по определению работы $A_1 = F_1 \cdot S \cdot \cos\alpha_1$ и $A_2 = F_2 \cdot S \cdot \cos\alpha_2$.

Обобщив всё сказанное выше, получаем **теорему об изменении кинетической энергии тела:** *приращение кинетической энергии тела на некотором перемещении равно алгебраической сумме A работ всех сил, действующих на тело на том же перемещении:*

$$K_2 - K_1 = A. \qquad (13)$$

Данное утверждение, сформулированное нами для случая прямолинейного движения тела под действием постоянной силы, остаётся справедливым и в общем случае, когда переменная по величине и направлению сила действует на криволинейном участке траектории.

Если $A > 0$, то $K_2 > K_1$, т. е. кинетическая энергия тела увеличивается; если же $A < 0$, то уменьшается.

§ 3. Работа сил и потенциальная энергия

Область пространства, в каждой точке которой на помещённое туда тело действует некоторая определённая сила, называется *силовым полем.* В предыдущем параграфе мы сформулировали теорему об изменении кинетической энергии тела, причём никаких предположений о характере действующих сил сделано не было. Тело могло находиться в поле любых сил. В механике, как известно, особое внимание уделяется изучению трёх сил, а именно – силы тяжести, силы упругости и силы трения, причём последняя, оказывается, принципиально отличается от первых двух…

1. Пусть тело массы m, находящееся в поле силы тяжести, по какой-либо причине совершает перемещение из точки 1 в точку 2 по прямой, соединяющей эти точки (рис. 12). Пользуясь формулой (4), подсчитаем работу, совершаемую силой тяжести $m\vec{g}$ на данном перемещении $\vec{S}$.

Предположим, что точки 1 и 2 находятся над поверхностью Земли на высотах h_1 и h_2 соответственно $(h_1 > h_2)$. Кроме того, в какой бы точке траектории ни находилось тело, сила тяжести, действующая на него, имеет одинаковую величину mg и одинаковое направление – вниз по вертикали. Поэтому проекция вектора перемещения на направление вектора силы (рис. 12) равна $S_F = h_1 - h_2$, и искомая работа определяется выражением $A = mg \cdot S_F = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$. Если слегка усложнить задачу и предоставить телу возможность двигаться из точки 1 в точку 2 по произвольной криволинейной траектории A или B, как показано на рис. 13, то и в этом случае можно показать, что работа силы тяжести равна:

$$A = mgh_1 - mgh_2. \qquad (14)$$

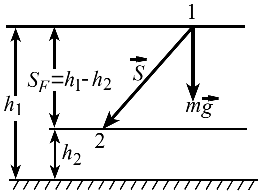

Рис. 12

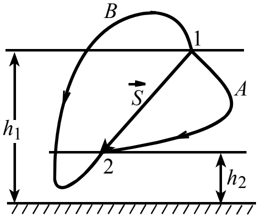

Рис. 13

Следовательно, можно сделать важный вывод: *работа силы тяжести не зависит от формы траектории движения тела, а определяется лишь начальным и конечным его положениями.* Действительно, и в случае вертикального падения тела (Пример 1 на стр. 6), и в случае его движения по прямой из точки 1 в точку 2 (рис. 12), и при перемещении по криволинейной траектории (рис. 13), работа силы тяжести определяется лишь высотами начального и конечного положений тела (h_1 и h_2 соответственно).

Аналогичное заключение справедливо и для силы упругости. В примере 2 на стр. 8 было показано, что работа, совершаемая силой упругости при переходе пружины в недеформированное состояние, равна $k \cdot x^2 / 2$, где x – величина начальной деформации. В общем случае, когда при перемещении тела в поле упругой силы деформация пружины меняется от величины x_1 до величины x_2, указанная работа будет определяться выражением

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} \qquad (15)$$

и, следовательно, будет зависеть только от начального и конечного положений тела (от деформаций x_1 и x_2 соответственно).

Совсем не так обстоит дело с силой трения. Работа силы трения зависит от формы траектории движения тела и, следовательно, от длины пройденного им пути l (а не от перемещения $\vec{S}$). Действительно, пусть, например, на тело действует сила трения скольжения, направленная в сторону, противоположную направлению движения тела. Если разбить траекторию движения тела на малые участки (как мы делали это раньше), то элементарная работа ΔA силы трения скольжения будет определяться по формуле (6). При движении по криволинейной траектории с изменением направления вектора скорости тела изменяется и направление силы трения, но угол α между силой трения и элементарным перемещением $\Delta\vec{S}$ остаётся равным 180°. Поэтому

$$\sum \Delta A = \sum F_{\text{тр}} \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha = F_{\text{тр}} \cdot \cos\alpha \cdot \sum \Delta S.$$

Но $\sum \Delta S = l$ (путь, пройденный телом), а $\cos\alpha = -1$. Следовательно, работа силы трения скольжения

$$A = \sum F_{\text{тр}} \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha = -F_{\text{тр}} \cdot l$$

и зависит от длины l пройденного телом пути.

Замечание 1. В приведённых рассуждениях имеется в виду случай трения между движущимся телом и неподвижными (относительно выбранной системы отсчёта) телами. В некоторых случаях работа силы трения может оказаться положительной. Это бывает, например, когда трение обусловлено взаимодействием данного тела с другим, движущимся в том же направлении. Если проскальзывание тел отсутствует, то положительную работу над данным телом совершает сила трения покоя. Если проскальзывание есть и другое тело движется с большей скоростью, то положительную работу над рассматриваемым телом совершает сила трения скольжения. Но и в этих случаях работа соответствующей силы трения зависит от длины пройденного телом пути (то есть – от формы траектории).

2. Силы, работа которых не зависит от траектории движения тела, а определяется только начальным и конечным его положениями, называются *консервативными* (или *потенциальными*). Из рассмотренных нами примеров таковыми являются сила тяжести (гравитации) и сила упругости. Работа таких сил, совершаемая над телом, равна убыли некоторой величины, которую называют *потенциальной энергией тела* Π. Так в случае с силой тяжести (14) работа была равна убыли величины mgh, зависящей от массы тела и от высоты, на которой оно находится. Следовательно, потенциальная энергия тела массы m, находящегося в поле силы тяжести на высоте h, равна

$$\Pi = mgh. \tag{16}$$

Аналогично, работа силы упругости пружины определяется убылью величины $kx^2/2$ и, следовательно, потенциальная энергия тела, находящегося в поле упругой силы деформированной пружины, равна

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}, \tag{17}$$

где x – величина деформации (сжатия или растяжения) пружины, k – коэффициент жёсткости.

В общем случае работа любых консервативных сил может быть представлена в виде:

$$A = \Pi_1 - \Pi_2, \tag{18}$$

где Π_1 – начальное значение потенциальной энергии тела, Π_2 – её конечное значение.

Силы трения и сопротивления, равно как и *другие силы*, *зависящие от скорости движения тела, не являются консервативными,* и для них, следовательно, равенство (18) несправедливо!

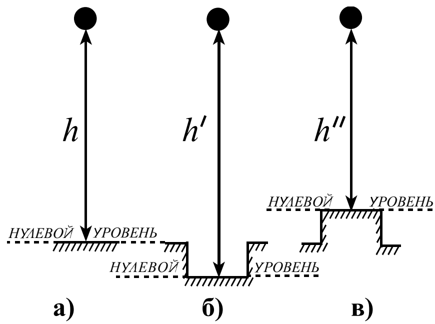

Рис. 14

Стоит обратить внимание на то, что потенциальная энергия уравнением (18) определяется неоднозначно. К ней можно добавить любую постоянную, и от этого работа A не изменится, так как не изменится разность значений потенциальной энергии. Иными словами, остаётся неопределённым «нулевой» уровень, от которого отсчитывается потенциальная энергия.
Например, в случае с поднятым телом можно считать нулевым уровнем или поверхность Земли (рис.14 а), или дно ямы (рис. 14 б), или поверхность стола (рис.14 в) и т.п. Следовательно, при решении любой задачи необходимо сначала выбрать нулевой уровень, от которого отсчитывается потенциальная энергия.

При подсчёте потенциальной энергии поднятого над землёй тела в поле силы тяжести за нулевой уровень мы принимали поверхность Земли. Для тела в поле силы упругости растянутой или сжатой пружины обычно считается, что его потенциальная энергия равна нулю в положении, когда пружина не деформирована. Исходя из сказанного, потенциальную энергию тела, находящегося в поле консервативной силы, можно определить следующим образом. Примем некоторое положение тела за «нулевой» уровень. Здесь $\Pi = 0.$ Тогда *потенциальной энергией тела в произвольной точке C поля консервативной силы будем называть величину, равную работе, которую может совершить эта консервативная сила над телом, если тело переместится из точки C в точку с нулевой потенциальной энергией (т. е. – на нулевой уровень).*

Если на тело одновременно действуют несколько консервативных сил, то в произвольной точке C его потенциальная энергия Π равна сумме потенциальных энергий тела в поле каждой силы в отдельности в точке C. Например, при вертикальных колебаниях груза массы m на пружине с коэффициентом жёсткости k его потенциальная энергия Π в произвольной точке C складывается из потенциальной энергии $\Pi_1 = mgh$ в поле силы тяжести (h – расстояние от нулевого уровня до точки C) и потенциальной энергии $\Pi_2 = \dfrac{kx^2}{2}$ в поле силы упругости пружины (x – деформация пружины в точке *C*): $\Pi = mgh + \frac{kx^2}{2}$.

§ 4. Закон сохранения механической энергии

Вернёмся к рис. 11. Пусть, например, из двух сил, действующих на тело, только сила $\vec{F}_1$ является консервативной. Тогда совершаемая ею работа равна убыли потенциальной энергии тела: $A_1 = \Pi_1 - \Pi_2$. С другой стороны, согласно уравнению (12), приращение кинетической энергии тела равно суммарной работе обеих сил:

$$K_2 - K_1 = \Pi_1 - \Pi_2 + A_2. \qquad (19)$$

Перенеся слагаемые с потенциальной энергией в левую часть уравнения и соответственно сгруппировав их с кинетическими энергиями, получим:

$$\left(K_2 + \Pi_2\right) - \left(K_1 + \Pi_1\right) = A_2. \qquad (20)$$

Физическую величину, равную сумме кинетической и потенциальной энергий называют *механической энергией тела* E, то есть $E = K + \Pi$.

Учитывая это определение, уравнение (20) можно компактно записать следующим образом:

$$E_2 - E_1 = A_2, \qquad (21)$$

где E_1 и E_2 – соответственно начальное и конечное значения механической энергии тела, A_2 – работа силы $\vec{F}_2$. Изначально было сделано предположение, что сила $\vec{F}_2$ не является консервативной – следовательно, в правой части полученного равенства стоит величина, равная работе неконсервативной силы.

В общем случае на тело могут действовать несколько неконсервативных сил. Тогда в правой части равенства (21) будет стоять суммарная работа, совершаемая этими силами в процессе перемещения тела. Следовательно, приращение механической энергии тела равно суммарной работе A неконсервативных сил, действующих на это тело в процессе движения:

$$E_2 - E_1 = A. \qquad (22)$$

Если $A > 0$, то механическая энергия тела увеличивается, если $A < 0$, то – уменьшается.

Замечание 2. Среди всевозможных неконсервативных сил силы сопротивления (трения) совершают, как правило, отрицательную работу (кроме случаев указанных в Замечании 1). Тогда механическая энергия тела в процессе движения уменьшается, она расходуется на работу против этих сил. Одновременно, как известно, работа сил трения производит нагревание трущихся тел, в связи с чем происходит превращение механической энергии в тепловую. *Количество выделившейся при этом теплоты равно модулю работы сил трения* *и, следовательно, убыли механической энергии тела.*

Если же неконсервативные силы на тело не действуют или их суммарная работа равна нулю, то и приращение механической энергии тела равно нулю. Отсюда непосредственно вытекает *закон сохранения механической энергии тела:*

Если неконсервативные силы отсутствуют или таковы, что не совершают работы над телом в течение интересующего нас времени, то механическая энергия тела остаётся постоянной за это время, то есть:

$$E = K + \Pi = \text{const}. \qquad (23)$$

Замечание 3. Заметим, что здесь речь идёт о сохранении именно механической энергии тела; кинетическая же и потенциальная энергия в общем случае могут изменяться по отдельности. Однако в отсутствие неконсервативных сил эти изменения происходят так, что приращение одной из них в точности равно убыли другой, т. е. имеют место так называемые *превращения* кинетической и потенциальной энергий тела.

§ 5. Примеры решения задач

Задача 1. Камень массой $0,5\,\text{кг}$ бросили вертикально вниз с высоты $30\,\text{м}$, сообщив ему начальную скорость $25\,\text{м/с}$. Перед ударом о землю скорость камня составляла $30\,\text{м/с}$. Определить работу силы сопротивления воздуха при движении камня.

Решение. Приращение механической энергии тела равно суммарной работе A неконсервативных сил, действующих на это тело в процессе движения: $E_2 - E_1 = A$ (см. стр. 17).

В нашем случае $E_2 = \dfrac{mv_2^2}{2}$, $E_1 = \dfrac{mv_1^2}{2} + mgh$, где $m -$ масса камня, v_1 и v_2 − его начальная и конечная скорости соответственно.

В процессе падения на камень действуют две силы: сила тяжести и сила сопротивления воздуха. Последняя является неконсервативной, следовательно: $\dfrac{mv_2^2}{2} - \left(\dfrac{mv_1^2}{2} + mgh\right) = A$,

где $A -$ искомая работа неконсервативной силы сопротивления воздуха. Численные расчёты дают: $A = -81,25\,\text{Дж}$.

Задача 2. Трамвай массой $m = 10^4\,\text{кг}$ на горизонтальном прямолинейном участке пути длиной $S = 21\,\text{м}$, двигаясь равноускоренно, увеличил скорость с $v_1 = 4\text{м/с}$ до $v_2 = 7\ \text{м/с}$. Пренебрегая сопротивлением движению, найти максимальное значение мощности, развиваемой двигателями трамвая на этом участке (МФТИ, 1988).

Решение. По условию задачи трамвай движется равноускоренно и, следовательно, действующая на него сила тяги F постоянна. Поскольку требуется определить конкретное значение мощности, а именно – максимальное, то легко понять, что речь идёт о мгновенной мощности.

Работа постоянной силы тяги F на перемещении S при прямолинейном движении равна $A = F \cdot S$ (здесь учтено, что направления силы и перемещения одинаковы). На трамвай действуют также сила тяжести и сила нормальной реакции опоры. Но поскольку трамвай движется горизонтально и направления действия этих сил перпендикулярны направлению перемещения, то их работа равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии в нашем случае имеем: $F \cdot S = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$. Откуда $F = \frac{m}{2S} \cdot \left(v_2^2 - v_1^2\right)$. Так как сила тяги постоянна, то значение её мощности на данном участке пути будет максимальным, когда скорость трамвая достигнет на этом участке своего наибольшего значения $v_{\max}$. По условию задачи легко видеть, что $v_{\max} = v_2$ и, следовательно, $N_{\max} = F \cdot v_2 = \frac{m}{2S} \cdot \left(v_2^2 - v_1^2\right) \cdot v_2 = 55\,$кВт.

Задача 3. Камень брошен с поверхности земли вертикально вверх со скоростью $v = 10$м/с. На какой высоте h кинетическая энергия камня будет равна его потенциальной энергии? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. Запишем закон сохранения механической энергии камня: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh,$ где m – масса камня, h – искомая высота. По условию на этой высоте $\frac{mv^2}{2} = mgh.$ Тогда имеем $\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh.$ Откуда $h = \frac{v_0^2}{4g} \approx 2{,}5\,$м. Видим, что найденная высота в два раза меньше максимальной высоты подъёма камня $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}.$

Задача 4. Санки, движущиеся поступательно по горизонтальной поверхности льда со скоростью $v = 4\,$м/с, выезжают на горизонтальный асфальт (перепада высот между льдом и асфальтом нет). Направление движения санок перпендикулярно границе раздела льда и асфальта. Длина полозьев санок $L = 1\,$м, коэффициент трения об асфальт $k = 1$. Какой путь пройдут санки до полной остановки?

Решение. Пусть санки прошли по асфальту путь l. Тогда, если $l < L$, то сила трения скольжения, действующая на санки со стороны асфальта, равна $F_{\text{тр}} = km\dfrac{l}{L}g$, где m – масса санок. Когда $l \geq L$, то $F_{\text{тр}} = kmg$.

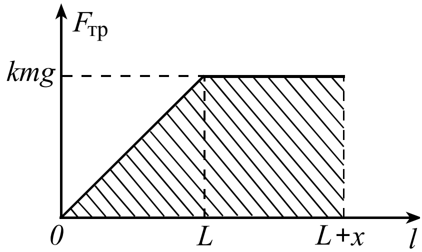

Рис. 15

График зависимости силы трения скольжения от пройденного по асфальту пути l представлен на рис. 15. Работа силы трения равна площади под графиком, взятой со знаком «минус»: $A_{\text{тр}} = -\left(\dfrac{kmgL}{2} + kmgx\right)$.

Приращение механической энергии санок за время движения равно работе силы трения (см. формулу (22) в тексте задания на стр. 17). Потенциальная энергия санок в поле сил тяжести в процессе движения не изменяется. Приращение кинетической энергии санок к моменту их остановки равно: $0 - \dfrac{mv^2}{2} = -\dfrac{mv^2}{2}$. Таким образом,

$$-\frac{mv^2}{2} = -\left(\frac{kmgL}{2} + kmgx\right).$$

Отсюда $x = \dfrac{v^2}{2kg} - \dfrac{L}{2} \approx 0{,}3\,\text{м}$. Весь путь, пройденный санками по асфальту до полной остановки, составит $L + x = 1{,}3\,\text{м}$.

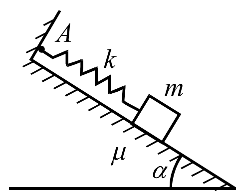

Рис. 16

Задача 5. На наклонной плоскости с углом наклона α находится кубик (рис. 16). К кубику прикреплена невесомая пружина, другой конец которой закреплён в неподвижной точке A. В исходном состоянии кубик удерживается в положении, при котором пружина не деформирована. Кубик отпускают без начальной скорости. Определите максимальную скорость кубика в процессе движения. Масса кубика m, коэффициент жёсткости пружины k, коэффициент трения кубика о наклонную плоскость $\mu\,(\mu < \mathrm{tg}\,\alpha)$.

(МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, 1992 г.)

Решение. Поясняющий чертёж представлен на рис. 17. В процессе движения на кубик действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз; сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, направленная перпендикулярно поверхности наклонной плоскости; сила трения скольжения $\vec{F}_{тр}$, направленная вдоль наклонной плоскости вверх; сила упругости пружины $\vec{F}_{упр}$, направленная также вдоль наклонной плоскости вверх (предполагается, что ось пружины параллельна наклонной плоскости).

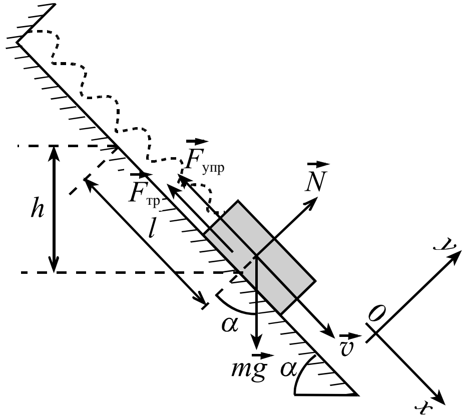

Рис. 17

По условию в начальный момент пружина не деформирована. Когда кубик отпускают, он начинает двигаться прямолинейно по наклонной плоскости вниз. При этом скорость кубика увеличивается и в некоторый момент времени достигает искомого максимального значения v. Пусть к этому моменту кубик прошёл вдоль наклонной плоскости путь l. Значит, деформация пружины при этом также равна l. Кроме того, смещение кубика по вертикали вниз будет равно $h = l\sin\alpha$. Если считать потенциальную энергию кубика в поле тяжести в этом положении равной нулю, то приращение механической энергии кубика за время, прошедшее с момента начала движения, будет равно:

$$\Delta E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kl^2}{2} - mgl\sin\alpha.$$

С другой стороны это приращение должно быть равно суммарной работе неконсервативных сил, действующих на кубик. Здесь сила $\vec{N}$ нормальной реакции опоры работы не совершает (почему?), а работа силы трения скольжения равна $A_{тр} = -F_{тр}\cdot l$, причём $F_{тр} = \mu N$. Тогда

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kl^2}{2} - mgl\sin\alpha = -\mu N\cdot l. \qquad (*)$$

Запишем для кубика уравнения 2-го закона Ньютона в проекциях на оси Ox и Oy для момента времени, когда скорость кубика максимальна (ускорение кубика при этом равно нулю):

$$Ox:\quad 0 = mg\sin\alpha - F_{упр} - F_{тр};$$

$$Oy:\quad 0 = N - mg\cos\alpha,$$

причём $F_{упр} = kl,\quad F_{тр} = \mu N.$ Отсюда получим:

$$l = \frac{m}{k} g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right). \qquad (**)$$

Подставляя $(**)$ в $(*)$, после алгебраических преобразований найдём окончательно:

$$v = \sqrt{\frac{m}{k} g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)}.$$

Контрольные вопросы

1. Пассажир движущегося поезда давит на переднюю стенку вагона с силой $\vec{F}$. Совершает ли эта сила работу в неподвижной системе отсчёта и в системе отсчёта, связанной с вагоном?

2. Груз массой $m = 10$ кг переместили на расстояние 6 м по горизонтали, а затем подняли вертикально вверх на высоту 5 м. Чему равна работа силы тяжести груза на каждом этапе движения?

3. Под действием двух взаимно перпендикулярных сил $F_1 = 3$ Н и $F_2 = 4$ Н первоначально неподвижная материальная точка переместилась по прямой на расстояние 1 м. Чему равна работа каждой из сил? Чему равна работа их равнодействующей?

4. На прямолинейно движущееся тело действует сила $\vec{F}$. Зависимость проекции F_S, этой силы на направление движения тела от модуля S перемещения тела представлена на рис. 18. Чему равна работа силы $\vec{F}$ при перемещении тела на первые 10 см?

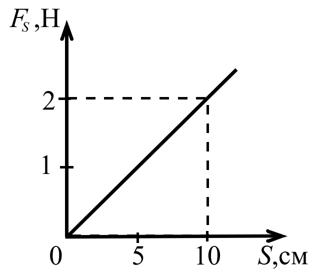

Рис. 18

5. Как определяются средняя и мгновенная мощность силы, действующей на тело?

6. Подъёмный кран за 7 часов поднимает на высоту 10 м строительные материалы общей массой 3000 т. Чему равна мощность двигателя крана, если его КПД равен $0,6$?

7. Чему равна скорость материальной точки массой $m = 4$ кг, если её кинетическая энергия $K = 50$ Дж?

8. Тело движется прямолинейно вдоль оси *Ox*. Координата тела изменяется в соответствии с уравнением $x(t) = 7 + 20t - 3t^2$ (величины измерены в СИ). Масса тела равна 5 кг. Каково значение кинетической энергии тела через 2 с после начала движения? Выберите правильный вариант ответа и поясните свой выбор.

1) 16 Дж; 2) 140 Дж; 3) 160 Дж; 4) 1600 Дж. 5) 320 Дж.

(По мотивам дем. варианта ЕГЭ, 2001 г.)

9. Тело массой 1 кг находится на высоте 2 м от поверхности земли. На какой высоте над поверхностью земли следует расположить тело массой 0,5 кг, чтобы оно обладало такой же потенциальной энергией?

10. Пружину с коэффициентом жёсткости $300\frac{\text{Н}}{\text{м}}$ растянули на 0,06 м. Чему равна потенциальная растянутой пружины? Выберите правильный вариант ответа и поясните свой выбор.

1) $3{,}6\cdot10^{-1}$ Дж; 2) 9 Дж; 3) 3,6 Дж; 4) $5{,}4\cdot10^{-1}$ Дж. 5) 5,4 Дж.
(По мотивам дем. варианта ЕГЭ, 2001 г.)

11. Груз массой 2 кг под действием силы 40 Н, направленной вертикально вверх, поднимается на высоту 4 м. Чему равно при этом приращение кинетическая энергия груза? Выберите правильный вариант ответа и поясните свой выбор. Считайте $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1) 80 Дж; 2) 160 Дж; 3) 240 Дж; 4) 320 Дж. 5) 400 Дж.
(По мотивам дем. варианта ЕГЭ, 2004 г.)

12. Ускорение свободного падения на поверхности Луны $g_\text{Л} \approx 1{,}6\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. На какое расстояние h от поверхности Луны удалится камень, если его подбросить вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 4$ м/с?

Задачи

1. Тело движется горизонтально вдоль оси *Ox*. Равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна 50 Н и направлена в сторону, противоположную оси *Ox*. При этом координата x тела изменяется в соответствии с уравнением $x(t) = 24 + 10t - t^2$, где t – время в секундах с момента начала движения (величины измерены в СИ). Какую работу совершит равнодействующая а) за 5 секунд с момента начала движения; б) за 10 секунд с момента начала движения?

2. Трактор массой $m = 10$ т поднимается в гору с постоянной скоростью $v = 5$ м/с. Мощность двигателя трактора $N = 150$ кВт. Определите угол α наклона поверхности горы к горизонту, считая этот угол неизменным на протяжении всего подъёма. Сопротивлением движению пренебречь.

3. На тело массой 10 кг действует единственная сила $F = 5$ Н в течение времени $t = 2$ с. Найдите кинетическую энергию тела в момент прекращения действия силы, если начальная кинетическая энергия тела равна нулю?

4. Санки съезжают без начальной скорости с горы высотой $H = 15$ м, имеющей вид наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, и движутся далее по горизонтальной поверхности земли до полной остановки. Коэффициент трения скольжения на всём пути одинаков и равен $\mu = 0,2$. Какой путь S пройдут санки по горизонтальному участку? Движение санок считать поступательным.

5*. На доске, наклонённой к горизонту под углом α, покоится ящик массой m. Чтобы передвинуть ящик по прямой вниз на расстояние L, прикладывая силу вдоль наклонной плоскости, надо совершить минимальную работу A. Какую минимальную работу A_1 потребуется совершить, прикладывая силу вдоль наклонной плоскости, чтобы по доске вернуть этот ящик на прежнее место по той же траектории? (Институт криптографии, связи и информатики Академии ФСБ).

6*. Два бруска массами m_1 и m_2, соединённые недеформированной лёгкой пружиной, лежат на горизонтальной поверхности (рис. 19). Коэффициенты трения скольжения между брусками и поверхностью одинаковы и равны μ. Какую минимальную постоянную силу нужно приложить в горизонтальном направлении к бруску m_1, как показано на рисунке, чтобы брусок m_2 сдвинулся с места?

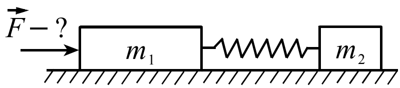

Рис. 19

7*. Пуля, летящая горизонтально со скоростью v_0, пробивает несколько одинаковых досок, расположенных параллельно одна за одной на некотором расстоянии друг от друга. В какой по счёту доске застрянет пуля, если её скорость после прохождения первой доски равна $v_1 = 0,83v_0$. Потери кинетической энергии пули при пролёте сквозь каждую из досок одинаковы. Плоские грани досок, пробиваемых пулей, перпендикулярны вектору скорости пули.

8. Небольшое тело массой $0,5$ кг бросили вертикально вниз с высоты 11 м, сообщив ему начальную скорость 6 м/с. Перед ударом о землю скорость тела составляла 10 м/с. Чему равна работа силы сопротивления воздуха за время движения тела? Тело в полёте не вращалось.

9. Шарик, подвешенный на лёгкой нерастяжимой нити длины l, отклоняют от вертикали на угол α и затем отпускают без толчка. Какова будет максимальная скорость шарика в процессе дальнейшего движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

10*. Тело массой $m = 0,5$ кг, брошено вертикально вверх. Когда тело поднялось на некоторую высоту, его потенциальная энергия увеличилась на $\Delta\Pi = 25$ Дж, а кинетическая энергия уменьшилась в $\alpha = 2$ раза по сравнению с начальной. На какую максимальную высоту H над точкой броска поднимется тело? Сопротивлением воздуха пренебречь. (МГИЭТ, 2005 г.)