

Рекомендуемая литература

1. Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. Математические олимпиады Московской области 1993-2005. Изд.2.– М.: МФТИ, 2006.
2. Алфугова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. 2-е издание.– М.: МЦНМО, 2005.
3. Виленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. За страницами учебника математики, 10 – 11. – М.: Просвещение, 1996.
4. Галкин В.Я., Сычугов Д.Ю., Хорошилова Е.В. Конкурсные задачи, основанные на теории чисел. – М.: Макс Пресс, 2003.
5. Математическая энциклопедия абитуриента, вып. 1: Петрович А.Ю., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Числа и многочлены. М.: МФТИ и РОУ, 1992.
6. Фалин Г.И., Фалин А.И. Алгебра на вступительных экзаменах по математике в МГУ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
7. Чубарова Е.И., Чубаров И.А. Элементы теории сравнений и их применение к решению задач. – «Потенциал», 2005, № 8, с. 17 – 27.
8. Шень А. Простые и составные числа. – М.: МЦНМО, 2005.
9. Шибасов Л.П. От единицы до бесконечности.– М.: Дрофа, 2006.

Контрольные вопросы

(числа n, m натуральные, a, b целые)

- 1(1). Пусть число a делится на n , а b не делится на n . Может ли $a + b$ делиться на n ?
- 2(1). Пусть числа a, b не делятся на n . Верно ли, что $a - b$ не делится на n ?
- 3(2). Сумма и произведение чисел a и b делятся на n . Что можно сказать о делимости чисел a и b на n , если число n : а) простое, б) составное?
- 4(2). Натуральные числа m, n таковы, что $\text{НОД}(m, n) + \text{НОК}(m, n) = m + n$. Докажите, что одно из этих чисел является делителем другого.
- 5(2). Найдите НОД чисел 3333333333 и 11...11 (во втором числе 2010 цифр).
- 6(2). Докажите, что если n не делится на 5, то его квадрат, уменьшенный или увеличенный на 1, делится на 5.

Задачи

- 1(3). При перемножении двух натуральных чисел произведение было ошибочно увеличено на 372. При делении полученного (неверного) произведения на меньший сомножитель получилось в частном 90, в остатке 29. Найдите эти числа.

2(5). Докажите, что при любом целом значении n выражение:

(а)(2) $(n^2 - 5n + 3)^2 - 9$ делится на 24;

(б)(3) $2n^6 - n^4 - n^2$ делится на 36.

3(3). Найдите все пятизначные числа вида $\overline{5X76Y}$ (X, Y – цифры), делящиеся на 44.

4(4). Найдите все такие двузначные числа, у которых сумма квадратов цифр на 97 меньше удвоенного числа.

5(7). Докажите, что при любом натуральном n

(а)(3) $5^{2n+1} + 3^{n+2} \cdot 2^{n-1}$ делится на 19;

(б)(4) $5^{5n+1} + 4^{5n+2} + 3^{5n}$ делится на 11.

6(3). Найдите все целые значения n , при которых числа $n - 2$, $n + 12$, $n + 26$ являются простыми.

7(2). На какие натуральные числа можно сократить дробь $\frac{3n - 7m}{2n + m}$ при целых, взаимно простых n, m ?

8(12). Решите в целых числах уравнения:

(а)(2) $7x - 4y = 107$;

(б)(3) $3x^2 + 5xy + 2y^2 = 7$;

(в)(3) $3xy + 14x + 17y + 71 = 0$;

9(4). Докажите, что при любом простом $p > 3$ число $10p^2 - 3p + 2$ составное.