

Контрольные вопросы

1. Сколькими способами можно выбрать из слова «весна» одну гласную и одну согласную буквы?
2. Сколько диагоналей в выпуклом 2010-угольнике?
3. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $k + nm = 5$?
4. Чему равен коэффициент при $x^3 y^{2007}$ в выражении $(x + y)^{2010}$ после раскрытия скобок?
5. Сколько делителей у числа 2010?

Задачи

- 1(3). Сколько различных «слов» можно получить, переставляя буквы в слове «уравнение»?
- 2(3). Сколькими способами можно переставлять буквы слова «уравнение» так, чтобы две буквы «е» не шли подряд?
- 3(3). Известно, что никакие три диагонали выпуклого восьмиугольника не пересекаются в одной точке. Найдите число точек пересечения диагоналей.
- 4(4). Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белого и чёрного королей так, чтобы они не били друг друга?
- 5(4). Докажите тождество

$$C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}.$$

- 6(4). Сколько существует шестизначных чисел, у которых сумма цифр – чётная?
- 7(4). Сколько существует шестизначных чисел, у которых три цифры чётные, а три – нечётные?
(В задачах №6 и №7 предполагается, что первая цифра шестизначного числа отлична от нуля).
- 8(5). Докажите неравенство

$$(n!)^2 \geq n^n.$$

9(5). Сколькими способами можно распределить 12 различных книг по трём полкам так, чтобы на каждой полке оказалось ровно 4 книги?

10(5). Сколькими способами можно распределить 12 одинаковых книг по трём полкам так, чтобы на каждой полке была хотя бы одна книга?

Замечание! В задачах №9 и № 10 все полки разные!

11(5). Найдите наибольший коэффициент многочлена $(2 + x)^8$.

12(5). Найдите коэффициент при x^{17} в разложении $(1 + x^5 + x^7)^n$.