§ 6. Сферические зеркала

Трудно встретить человека, который бы не видел сферических зеркал. В самом деле, кто из нас не любовался сверкающими разноцветными шарами на новогодней елке, кто не потешался над своим изображением, искажённым сферической поверхностью.

Наверное, вы обращали внимание и на то, что чем дальше предмет от зеркала, тем правильнее его пропорции. Законами построения таких «правильных» изображений мы и займёмся.

Проведём через центр C сферы оптическую ось X. Поместим на ней точечный источник света S. Пусть SM — произвольный луч от источника до зеркала, ψ_1 – угол падения, ψ_2 – угол отражения. Если продолжить отражённый луч за зеркало (внутрь шара), то на его пересечении с осью X (попутно ось X играет роль второго луча) будет лежать изображение S_1 источника S. Найдём аналитическую связь между углами φ_1 и φ_2 (рис. 6.1).

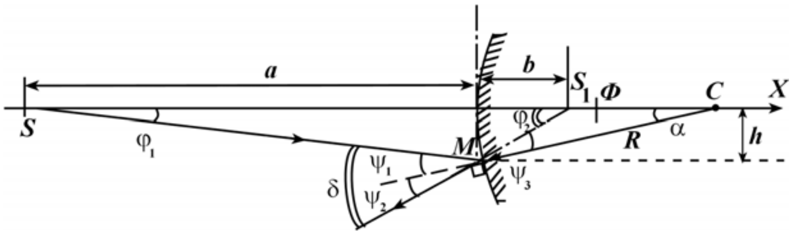

Рис. 6.1

Для треугольника SM_1S_1 угол δ – внешний, а по теореме о внешнем угле треугольника

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2. \qquad (6.1)$$

Для треугольника MS_1C угол φ_2 – внешний. По теореме о внешнем угле треугольника

$$\varphi_2 = \alpha + \psi_3. \qquad (6.2)$$

Так как $\psi_1 = \psi_2$ (по закону отражения), то $\delta = 2\psi_2$. Углы ψ_2 и ψ_3 равны как вертикальные, следовательно

$$\delta = 2\psi_3. \tag{6.3}$$

Подстановка (6.3) в (6.2) даёт: $\varphi_2 = \alpha + \dfrac{\delta}{2}$, откуда $\delta = 2(\varphi_2 - \alpha)$.

Подставим последнее выражение в (6.1): $2(\varphi_2 - \alpha) = \varphi_1 + \varphi_2$, или

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\alpha. \tag{6.4}$$

Смотрите! Если зафиксировать точку M на зеркале, то угол α тоже окажется фиксированным. Если теперь смещать источник S вдоль оси X, то углы φ_1 и φ_2 будут изменяться, но их разность окажется неизменной. В пределе, при удалении S влево на бесконечно большое расстояние угол φ_1 обратится в ноль, а φ_2 станет равным 2α. Заметим, что в приближении параксиальной оптики расстояние h от точки M до оси X много меньше радиуса R сферического зеркала. Следовательно, можно записать приближённые равенства:

$$\varphi_1 \approx \frac{h}{a}, \qquad \varphi_2 \approx \frac{h}{b}, \qquad \alpha \approx \frac{h}{R}.$$

Их подстановка в (6.4) даст: $\dfrac{h}{b} - \dfrac{h}{a} = 2\dfrac{h}{R}$,

или, после сокращения на h: $\dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{a} = \dfrac{2}{R}$.

В силу произвольности выбора точки M легко сделать вывод, что и широкий пучок параллельных лучей, распространяющихся вдоль оптической оси, соберётся на расстояние $R/2$ от центра сферы в точке Ф, называемой *фокусом* сферического зеркала. Обозначим это расстояние символом F:

$$F = R/2, \tag{6.5}$$

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{F}. \tag{6.6}$$

Величину, обратную фокусному расстоянию, называют оптической силой сферического зеркала. Единица оптической силы называется *диоптрией* (дптр). Оптическая сила зеркала с $F = 1$ м равна 1 дптр.

Плоскость, перпендикулярная главной оптической оси и отстоящая от поверхности сферического зеркала (и центра сферы) на расстояние $R/2$, называется *фокальной плоскостью*.
Используя приближение параксиальной оптики, мы получили удобные фор-

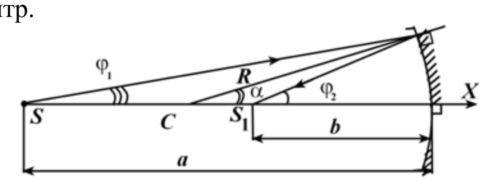

Рис. 6.2

мулы для построения изображений точечных источников в выпуклых сферических зеркалах. Несложно обобщить полученные результаты на случай вогнутых сферических зеркал (см. рис. 6.2). В этом случае

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\alpha, \tag{6.7}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \tag{6.8}$$

Замечательно то, что подобного рода формулы получаются и для линз.